

Ein Beitrag zu Möglichkeiten der Realisierung multistabiler Tensegrity-Strukturen in Verbindung mit formadaptiven Tragwerken

Valter Böhm, David Herrmann

Fakultät Maschinenbau, Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg

Zusammenfassung: In diesem Beitrag werden verschiedene Realisierungsmöglichkeiten von Tensegrity-Strukturen mit mehreren stabilen Gleichgewichtskonfigurationen vorgestellt. Weiterhin werden Möglichkeiten zur Formfindung sowie mittels Beispiele Inspirationen zur Realisierung von formadaptiven Tragwerken auf Basis dieser Strukturen aufgezeigt.

1 Einleitung

Freistehende Tensegrity-Strukturen bilden eine besondere Klasse mechanisch vorgespannter Strukturen. Sie werden gebildet durch einen unter Vorspannung stehenden Segmentverbund, im einfachsten Fall bestehend aus geradlinigen, nur an ihren Enden gelenkig miteinander verbundenen Segmenten. Einige der Segmente sind auf Druck, die anderen auf Zug beansprucht. Die druckbeanspruchten Segmente sind nur indirekt, mittels zugbeanspruchter Segmente, miteinander verbunden. Aufgrund der Vorspannung und der nur einachsigen Belastung der Segmente können auf Basis dieser Strukturen formstabile räumliche Konstruktionen filigran, mit wenig Materialaufwand, realisiert werden. Die ersten Strukturen mit diesen Eigenschaften wurden von IOGANSON, SNELSON, EMMERICH und FULLER, der auch das Wort Tensegrity als Abkürzung für die charakteristische Eigenschaft „*tensional integrity*“ dieser Strukturen eingeführt hat, Anfang-Mitte des letzten Jahrhunderts entwickelt. Diese Strukturen wurden intuitiv, mittels geometrischer Betrachtungen bzw. eher zufällig durch „Probieren“ gefunden und wurden zunächst nur als Kunstobjekte betrachtet. Komplexere Strukturen entstanden durch Kombination von Basis-Tensegrity-Strukturen mit nur durch wenige Segmente gebildeten Topologien, die auf geometrischen Grundkörpern beruhten. Die beeindruckenden Tensegrity-Skulpturen von SNELSON haben maßgeblich dazu beigetragen, dass das Interesse für diese Strukturen auch von Wissenschaftlern in den 1970-er Jahren geweckt wird. Mittels ihrer systematischen theoretischen Betrachtungen hat sich der Weg auch vor anderen Anwendungen dieser Strukturen eröffnet.

Naheliegender ist die Anwendung dieser Strukturen in der Architektur. In diversen Bauwerken findet das Tensegrity-Prinzip Anwendung, Beispiele hierfür sind der Messturm in Rostock oder die Fußgängerbrücke Kurilpa Bridge in Brisbane. Eine Übersicht über die architektonische Anwendung dieser Strukturen ist u.a. in [1], [2] zu finden.

Wesentliche Entwicklungsrichtungen von Tensegrity-Strukturen hinsichtlich Aufbaus und mechanischen Verhaltens beziehen sich u.a. auf [3]

- Anwendung nichtkonventioneller druckbeanspruchter Segmente, wie eben/räumlich gekrümmte starre oder deformierbare Segmente mit zwei oder mehreren Anbindungsstellen für Zugsegmente;
- Anwendung nichtkonventioneller zugbeanspruchter Segmente wie textile/elastische Hüllen/Gewebe oder hochelastische Segmente;
- Strukturen mit nichtkonventioneller Konnektivität, wie Anwendung von Verbindungsstellen, die nur zugbeanspruchte Segmente verbinden, oder elastische Hüllen als Zugsegmente;
- Betrachtung von Strukturen mit mehreren stabilen Gleichgewichtskonfigurationen [4]-[9]. Sie sind dadurch gekennzeichnet, dass Sie im nicht beanspruchten Zustand mehrere statisch stabilen Gleichgewichtslagen, mit jeweils voneinander abweichender Form bzw. Vorspannzustand, annehmen können. In welcher Gleichgewichtslage sich die Struktur befindet bzw. welche Gleichgewichtskonfiguration (GGK) vorliegt, hängt von der Assemblierung oder der Lastgeschichte ab. Diese Strukturen werden im Folgenden als multistabile Tensegrity-Strukturen bezeichnet.

In diesem Beitrag wird der Fokus auf ausgewählte Realisierungsmöglichkeiten von multistabilen Tensegrity-Strukturen gelegt. Prinzipielle Möglichkeiten hierfür werden anhand konkreter Beispiele diskutiert.

2 Realisierungsmöglichkeiten multistabiler Tensegrity-Strukturen

Ausgewählte Realisierungsmöglichkeiten von multistabilen Tensegrity-Strukturen werden im Folgenden mit Hilfe von zweidimensionalen Strukturen behandelt. Es wird vorausgesetzt, dass auch die einzelnen Gleichgewichtskonfigurationen dieser Strukturen jeweils zweidimensional sind. Nach der klassischen Definition dürfen Tensegrity-Strukturen nur durch geradlinige Segmente gebildet werden, die ausschließlich an ihren Enden untereinander gelenkig verbunden werden, wobei Drucksegmente nicht direkt miteinander verbunden werden dürfen. Abweichend von dieser strengen Definition werden im Folgenden auch solche Strukturen als Tensegrity-Strukturen genannt, in denen ggf. auch komplex, primär auf Druck beanspruchte, Segmente bzw. Segmentgruppen beliebiger Geometrie mit zum Teil mehr als zwei Anbindungsstellen für Zugsegmente verwendet werden. Diese, vereinfacht weiterhin als Drucksegmente genannte Segmente dürfen untereinander nur indirekt durch Zugsegmente verbunden sein und in den Gleichgewichtskonfigurationen keinen Kontakt zueinander haben. Um eine Rekonfiguration, einen Wechsel zwischen Gleichgewichtskonfigurationen zu ermöglichen, werden hochelastische Zugsegmente herangezogen. Die Längen dieser Segmente im unbelasteten Zustand sind in allen Fällen kleiner als in den

Gleichgewichtskonfigurationen. Die Rekonfiguration ist mit der Lageänderung von einzelnen Segmenten bzw. Segmentgruppen innerhalb der Struktur verbunden. Die Unterscheidung zwischen verschiedenen Konfigurationen erfolgt durch Auswertung der Positionen der Verbindungsstellen (Gelenkstellen bzw. Knoten) und potentiellen Energieniveaus in den ermittelten Gleichgewichtslagen. Je nach Anforderung sind Gleichgewichtskonfigurationen mit identischen potentiellen Energieniveaus nicht von Interesse, in diesem Fall entfallen symmetriebedingte Gleichgewichtskonfigurationen (Abb. 1), wie beispielsweise dies auch bei Strukturen mit zyklisch symmetrischem strukturellem Aufbau (Topologie und Segmenteigenschaften) der Fall ist.

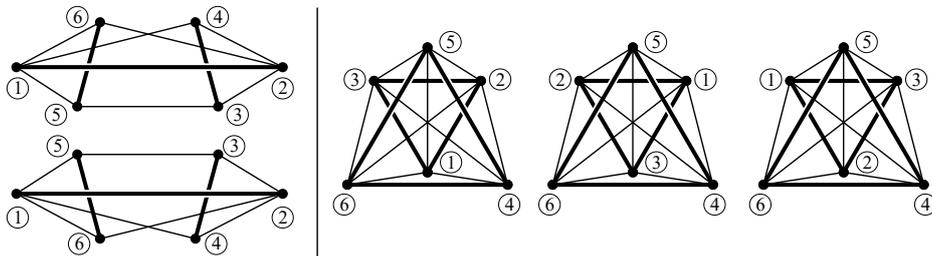


Abbildung 1: Symmetriebedingte Gleichgewichtskonfigurationen (GGK) in 2D Tensegrity-Strukturen. Konventionelle Struktur mit zwei achsensymmetrischen GGK (links) und durch zwei Drucksegmentgruppen gebildete Struktur mit drei zyklisch symmetrischen GGK (rechts) (Druck-/Zugsegmente: dicke/dünne Linien).

Bereits eine aus wenigen Segmenten bestehende Tensegrity-Struktur kann mehrere stabile Gleichgewichtskonfigurationen aufweisen, wobei die potentielle Energie der Struktur in den einzelnen Gleichgewichtskonfigurationen verschieden ist, wenn die Segmenteigenschaften (Länge und Steifigkeit) und damit verbunden die Vorspannung der Struktur geeignet gewählt werden. Hinsichtlich des strukturellen Aufbaus der Drucksegmente können multistabile Tensegrity-Strukturen mit

- nicht veränderlichen Drucksegment-Geometrien oder
- veränderlichen Geometrien einzelner Drucksegmente bzw. -Segmentgruppen

realisiert werden.

Strukturen mit nicht veränderlichen Drucksegment-Geometrien können unter Anwendung geradliniger Drucksegmente mit zwei Anbindungspunkten für Zugsegmente (Abb. 2 links) oder unter Anwendung nicht geradliniger Drucksegmente mit mehreren Anbindungspunkten (Abb. 2 rechts) realisiert werden. Im letzteren Fall können bereits durch zwei Drucksegmente bzw. Drucksegmentgruppen gebildete Strukturen mehrere Gleichgewichtskonfigurationen aufweisen. In Strukturen mit veränderlichen Geometrien von Einzelsegmenten oder Segmentgruppen können elastisch deformierbare Drucksegmente (Abb. 3 oben links) oder verformbare Segmentgruppen (gelenkig verbundene Drucksegmente) (Abb. 3 unten links) oder Segmente bzw. -Gruppen mit multistabiler Charakteristik (Abb. 3 rechts) zum Vorhandensein von mehreren Gleichgewichtskonfigurationen führen.

Eine weitere Möglichkeit zur Realisierung multistabiler Charakteristik kann mit solchen Tensegrity-Strukturen erreicht werden, die eine reversible Änderung ihrer Topologie

erlauben, durch reversible Änderung der Lage der Anbindungspunkte von Zugsegmenten an ausgewählten Drucksegmenten. Durch geeignet gewählte Segmentgeometrien und -Konnektivität kann gewährleistet werden, dass die Positionen dieser Anbindungspunkte an den Drucksegmenten aufgrund der vorliegenden Segmentanordnungen in den einzelnen Gleichgewichtskonfigurationen durch die Vorspannung des Systems definiert werden und somit keine gesonderte Fixierung dieser Anbindungspunkte notwendig ist (Abb. 4).

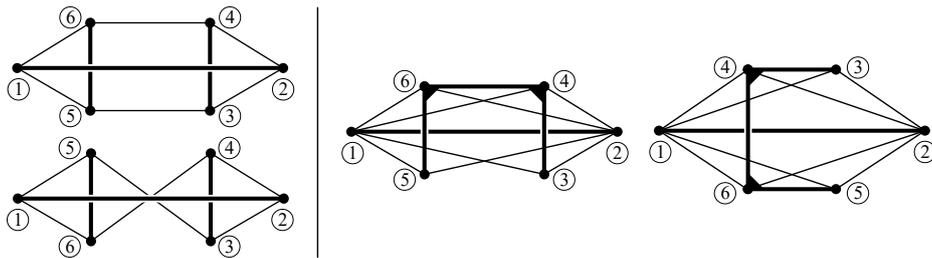


Abbildung 2: Beispiele für multistabile Tensegrity-Strukturen mit nicht veränderlicher Drucksegment-Geometrie. Konventionelle Struktur (links) und durch zwei Drucksegmentgruppen gebildete Struktur (rechts) mit jeweils zwei stabilen GGK.

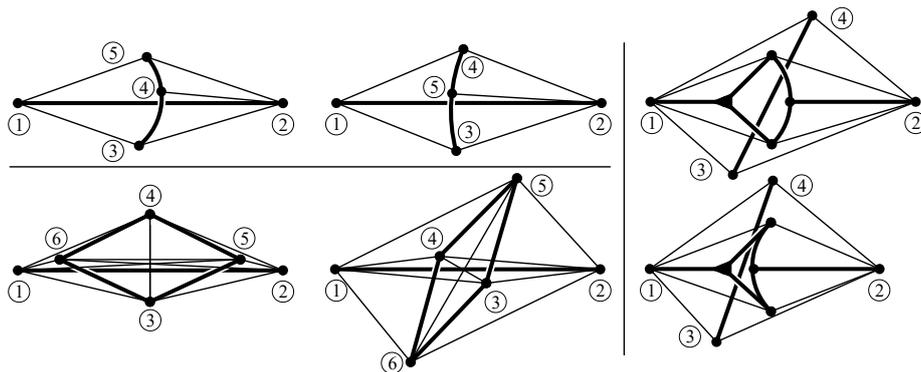


Abbildung 3: Drei Beispiele für multistabile Tensegrity-Strukturen mit veränderlicher Drucksegment- bzw. Drucksegmentgruppen-Geometrie.

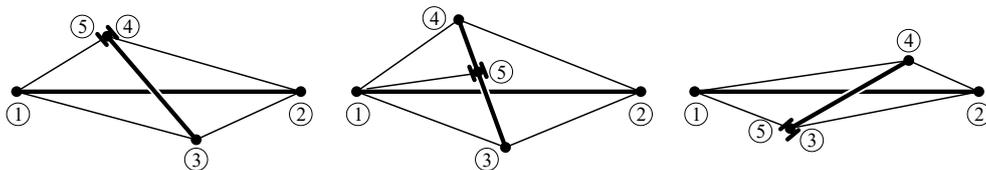


Abbildung 4: Beispiel für eine multistabile Tensegrity-Struktur mit veränderlicher Topologie.

Aus wenigen Segmenten bestehende multistabile Tensegrity-Strukturen weisen im Allgemeinen nur eine kleine Anzahl stabiler Gleichgewichtskonfigurationen auf. Durch entsprechende Kombination mehrerer solcher Strukturen, beispielsweise durch eine Kaskadierung oder punktsymmetrische Topologieerweiterung, können Strukturen mit erhöhter Anzahl von Gleichgewichtskonfigurationen realisiert werden.

Aus Sicht der technischen Anwendung soll die Möglichkeit zur Rekonfiguration der Strukturen gegeben werden. Durch konstruktive Maßnahmen muss gewährleistet werden, dass keine Kollision zwischen den Segmenten beim Übergang von der einen Gleichgewichtskonfiguration in eine andere auftreten kann. Der Übergang kann durch Änderung der Längen, Steifigkeiten bzw. Geometrie von geeigneten Segmenten induziert werden.

3 Formfindung

Die Bestimmung einer Gleichgewichtskonfiguration einer Tensegrity-Struktur bei vorgegebener Segmentanzahl, -Konnektivität und -Parameter wird als Formfindung genannt. Es existiert eine Vielzahl von Methoden zur Formfindung. Die Merkmale dieser Berechnungsverfahren sind u.a. in den Review-Arbeiten [10]-[12] aufgeführt. Beispiele für diese Verfahren sind ohne Anspruch auf Vollständigkeit u.a. die Kraftdichtemethode, die dynamische Relaxation, die analytische Methode nach [13], die algebraische Methode nach [14] sowie die numerische Methode nach [15]. Die Anwendung der Finite-Elemente-Methode (FEM) für die Formfindung ermöglicht auch die Bestimmung der Stabilität der ermittelten Gleichgewichtskonfiguration(en). Mit anschließenden statischen und transient dynamischen Untersuchungen kann weiterhin, auch unter Berücksichtigung von Nichtlinearitäten, eine tiefgehende Eigenschaftscharakterisierung der Strukturen vorgenommen werden. Entsprechend der Formfindung nach der FEM wird vor der Berechnung eine initiale Form der Struktur angenommen. Die Ermittlung einer Gleichgewichtslage erfolgt aus dieser Initialkonfiguration startend in einem iterativen bzw. inkrementell-iterativen Prozess [16], [17]. Eine Berechnung liefert eine Gleichgewichtskonfiguration der Struktur. Um mehrere Gleichgewichtskonfigurationen einer multistabilen Struktur zu finden, ist eine systematische Variation der Initialkonfiguration notwendig. Die Gegenüberstellung von Formfindungsalgorithmen auf FEM-Basis und anderweitiger Berechnungsverfahren erfolgt u.a. in [1], [18].

4 Beispiele

Im Folgenden werden drei Beispiele für zweidimensionale multistabile Tensegrity-Strukturen mit nicht veränderlicher Drucksegment-Geometrien aufgeführt. Die Formfindung erfolgte mit dem FEM-basierten statischen Ansatz nach [16], [17], geometrisch nichtlinear, der Einfluss der Gewichtskraft wurde vernachlässigt. Der Transparenz halber werden die Segmentparameter angegeben. Die Elemente sind durch ihre ungespannte Länge $L_{i,j}$ und Längssteifigkeit $k_{i,j}$ =konst., wobei i und j die zum Element zugehörigen Knoten sind, charakterisiert. Die Initialkonfigurationen sind hellgrau dargestellt.

Die Elementparameter für das Beispiel in Abb. 5 sind: $k_{1,2}=k_{3,4}=10^6$ N/mm; $L_{1,2}=L_{3,4}=1000$ mm; $k_{5,6}=k_{7,8}=k_{5,7}=k_{6,8}=10^6$ N/mm; $L_{5,6}=L_{7,8}=500$ mm; $L_{5,7}=L_{6,8}=50$ mm; $k_{9,11}=k_{10,12}=k_{9,10}=k_{11,12}=10^6$ N/mm; $L_{9,11}=L_{10,12}=L_{9,10}=L_{11,12}=350$ mm; $k_{1,5}=k_{1,6}=k_{4,7}=k_{4,8}=1$ N/mm; $L_{1,5}=L_{1,6}=L_{4,7}=L_{4,8}=1000$ mm; $k_{2,9}=k_{2,11}=k_{3,10}=k_{3,12}=1$ N/mm; $L_{2,9}=L_{2,11}=L_{3,10}=L_{3,12}=100$ mm; $k_{5,9}=k_{5,12}=k_{7,10}=k_{7,11}=1$ N/mm; $L_{5,9}=L_{5,12}=L_{7,10}=L_{7,11}=100$ mm; $k_{8,9}=k_{8,12}=k_{6,10}=k_{6,11}=1$ N/mm; $L_{8,9}=L_{8,12}=L_{6,10}=L_{6,11}=100$ mm; Hilfselemente (in Abb. 5 nicht dargestellt): $k_{5,8}=k_{6,7}=k_{9,12}=k_{10,11}=10^7$ N/mm; $L_{5,8}=L_{6,7}=502,25$ mm; $L_{9,12}=L_{10,11}=494,97$ mm.

Die Elementparameter für das Beispiel in Abb. 6 sind: $L_{1,2}=1000$ mm; $k_{1,2}=10^6$ N/mm; $L_{3,4}=600$ mm; $k_{3,4}=10^6$ N/mm; $L_{4,5}=500$ mm; $k_{4,5}=10^6$ N/mm; $L_{1,3}=L_{2,3}=L_{2,5}=L_{1,5}=100$ mm; $k_{1,3}=k_{2,3}=k_{2,5}=k_{1,5}=1$ N/mm; $L_{1,4}=100$ mm; $k_{1,4}=5$ N/mm; $L_{2,4}=50$ mm; $k_{2,4}=0.5$ N/mm; Hilfselement (in Abb. 6 nicht dargestellt): $L_{3,5}=781,025$ mm; $k_{3,5}=10^7$ N/mm.

Die Elementparameter für das Beispiel in Abb. 7 sind: $L_{2,3}=L_{1,3}=L_{1,2}=750$ mm; $k_{2,3}=k_{1,3}=k_{1,2}=10^6$ N/mm; $L_{5,6}=L_{4,6}=L_{4,5}=1000$ mm; $k_{5,6}=k_{4,6}=k_{4,5}=10^6$ N/mm; $L_{1,5}=L_{2,5}=70$ mm; $k_{1,5}=k_{2,5}=0.85$ N/mm; $L_{3,6}=L_{1,6}=L_{3,4}=L_{2,4}=70$ mm; $k_{3,6}=k_{1,6}=k_{3,4}=k_{2,4}=1$ N/mm.

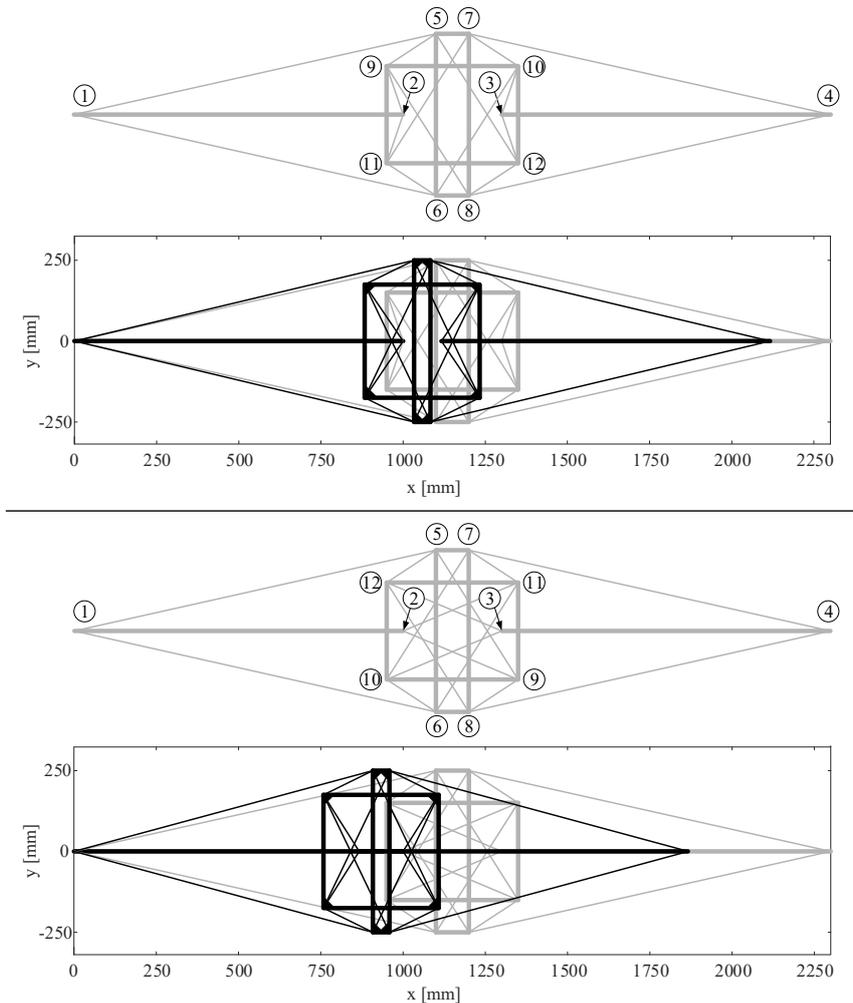


Abbildung 5: Zwei stabile GGK einer multistabilen Tensegrity-Struktur mit nicht veränderlicher Drucksegmentgeometrie, mit vier Drucksegmentgruppen (zwei rechteckförmige Rahmen und zwei geradlinige Drucksegmente).

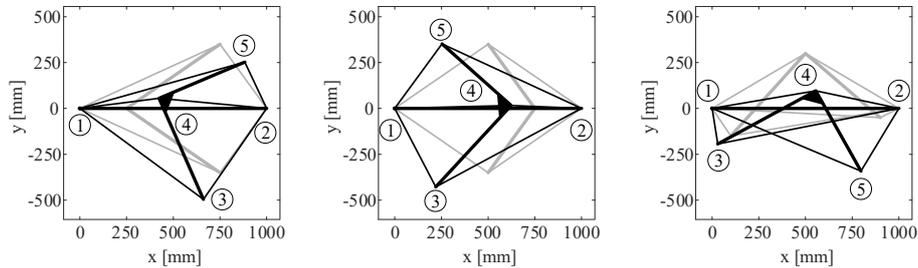


Abbildung 6: Drei stabile GGK einer multistabilen Tensegrity-Struktur mit nicht veränderlicher Drucksegmentgeometrie, mit zwei Drucksegmentgruppen.

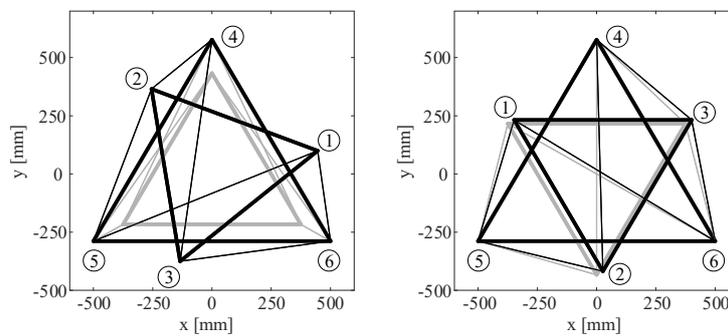


Abbildung 7: Zwei stabile GGK einer multistabilen Tensegrity-Struktur, mit nicht veränderlicher Drucksegmentgeometrie, mit zwei Drucksegmentgruppen.

5 Zusammenfassung

In der Literatur sind nur wenige Beispiele für multistabile Tensegrity-Strukturen bekannt. In diesem Beitrag wurden ausgewählte Möglichkeiten zur Realisierung dieser Strukturen betrachtet. Wie die Ergebnisse zeigen, können bereits aus wenigen Segmenten bestehende Strukturen multistabile Charakteristik aufweisen. Parameterstudien zu den betrachteten Strukturen zeigen, dass die Wahl der Segmentparameter essenziell in Hinblick auf das Vorhandensein mehrerer stabiler Gleichgewichtskonfigurationen ist.

Die Realisierung formadaptiver Tragwerke auf Basis dieser Strukturen erscheint innovativ. Wenn die Möglichkeit zum Wechsel zwischen den Gleichgewichtskonfigurationen beispielsweise durch Änderung der Längen oder Steifigkeiten ausgewählter Zugsegmente gegeben ist, könnten diese Tragwerke mehrere geometrische Konfigurationen annehmen, wobei Energie nur zum Wechsel zwischen den Gleichgewichtskonfigurationen benötigt wird.

Literatur

- [1] JAUREGUI, V.G. Tensegrity structures and their application to Architecture. Master's thesis, Queen's University, School of Architecture, Belfast, 2004.
- [2] CARSTENS, S. Modellbildung und numerische Mechanik tensegrer Strukturen. Dissertation, Universität Kassel, 2012.
- [3] BÖHM, V. Mechanik von Tensegrity-Strukturen und ihre Anwendung in der mobilen Robotik. Habilitationsschrift, Technische Universität Ilmenau, 2016.
- [4] DEFFOZEZ, M. Shape memory effect in tensegrity structures. *Mechanics Research Communications*, 30-4 (2003), pp. 311-316.
- [5] XU, X.; LUO, Y. Multistable tensegrity structures. *Structural Engineering*, 137-1, (2011), pp. 117-123.
- [6] MICHELETTI, A. Bistable regimes in an elastic tensegrity system. *Proc. of the Royal Society A*, 469-2154 (2013), 20130052.
- [7] TURAKHIA, D. Dynamic tensegrity systems. *HYPERSEEINGG - SMI/ISAMA 2013, Proc. of Fabrication and Sculpting Event*, Bournemouth, 2013, pp. 41-50.
- [8] ZHANG, J.Y.; OHSAKI, M. *Tensegrity structures – form, stability, and symmetry*. Springer Japan, 2015.
- [9] SONG, K. et al. Identifying the energy threshold for multistable tensegrity structures using a Mountain Pass algorithm. *Solids and Structures* 283 (2023), 112472.
- [10] TIBERT, A.; PELLEGRINO, S. Review of form-finding methods for tensegrity structures. *Int. Journal of Space Structures*, 18-4 (2003), pp. 209-223.
- [11] JUAN, H.S.; MIRATS TUR, J.M. Tensegrity frameworks: Static analysis review. *Mechanism and Machine Theory*, 43-7 (2008), pp. 859-881.
- [12] DALILSAFAEI, S.D. Stiffness and vibration properties of slender tensegrity structures. PhD thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2012.
- [13] CONNELLY, R.; TERRELL, M. Globally rigid symmetric tensegrities. *Structural Topology*, 21 (1995), pp. 59-78.
- [14] MASIC, M. et al. Algebraic tensegrity form-finding. *Solids and Structures*, 42-16/17 (2005), pp. 4833-4858.
- [15] ESTRADA, G.G. et al. Numerical form-finding of tensegrity structures. *Solids and Structures*, 43-22/23 (2006), pp. 6855-6868.
- [16] ZHANG, L.-Y. et al. Stiffness matrix based form-finding method of tensegrity structures. *Engineering Structures*, 58 (2014), pp. 36-48.
- [17] BÖHM, V. et al. Compliant multistable tensegrity structures. *Mechanism and Machine Theory*, 115 (2017), pp. 130-148.
- [18] WOLKOWICZ, C. Ein Beitrag zur Evolution des Tensegrity-Konzeptes – Zur Erhöhung der Steifigkeit von Seil-Stab-Systemen. Dissertation, Bauhaus-Universität Weimar, 2008.