

# 3D-Effekte bei der winddynamischen Schwingungsanregung kragförmiger Strukturen mit Quadratquerschnitt

Wolfgang Hubert, Norbert Hölscher

Niemann Ingenieure GbR

**Zusammenfassung:** Stabförmige Kragbauwerke mit gedrunenen, rechteckförmigen Querschnitten sind in besonderem Maße anfällig für windinduzierte Schwingungsanregungen. Die aktuell gültige Windlastnorm DIN EN 1991-1-4 [1] bietet Verfahren an, sowohl um eine mögliche Resonanzanregung als Folge der Kármánschen Wirbelablösung zu bewerten als auch um das Einsetzen von Biegegalloppschwingungen ausschließen zu können. Jüngste Windkanalmessungen an starren und an schwingfähigen Modellen von Kragträgern mit Quadratquerschnitt kombiniert mit Ergebnissen aus der Fachliteratur zeigen, dass stark vereinfachte Regelungen der DIN EN 1991-1-4 die Komplexität bei solchen Bauwerken nicht sachgerecht erfassen und teilweise sogar auf unsicherer Seite liegen.

## 1 Einführung

Stabförmige Kragbauwerke mit gedrunenen, mehr oder weniger scharfkantigen Rechteckquerschnitten sind in besonderem Maße anfällig für windinduzierte Schwingungsanregungen. Resonanzartige Strukturreaktionen, die ihre Energie aus der Bögigkeit des Windes ziehen, werden in der Regel lastseitig durch Überhöhungsfaktoren auf die quasi-statischen Windeinwirkungen erfasst. Solche Querschnitte sind darüber hinaus anfällig für Schwingungen quer zum Wind durch zwei besondere winddynamische Effekte: Wirbel-erregung und Selbsterregung.

Im ersten Fall entstehen infolge der wechselseitigen Ablösung von Wirbeln periodische Erregerkräfte, die das Tragwerk in Resonanz anregen können. Diese dynamische Tragwerksbeanspruchung kann von einer Unterschreitung des Schwellenwertes der Ermüdungsfestigkeit (häufige sehr kleine Amplituden) bis hin zu einer Überschreitung der Kurzzeitfestigkeit bzw. der statischen Festigkeit (seltene sehr große Amplituden) reichen. Für ein fertiggestelltes Bauwerk wird ein Betriebsfestigkeitsnachweis erforderlich. Für Montagezustände stellt sich eher die Frage, ob Kurzzeitfestigkeiten aus wenigen Schwingungszyklen

überschritten werden. Allerdings hat es auch unmittelbare Schadensfälle an bereits lange bestehenden Bauwerken infolge sehr großer Schwingamplituden gegeben, die sich bei sehr geringer Windturbulenz durch eine besondere meteorologische Situation aufgebaut hatten.

Unter den Begriff der Selbsterregung fallen bewegungsinduzierten Strömungsinstabilitäten wie z.B. Biegegalloping, Torsionsgalloping, Interferenzgalloping, Flattern. Allgemein muss eine solche Erregung in jedem Fall ausgeschlossen werden, da sich hierbei große Schwingungen bis zum Kollaps aufbauen können. In [3] wird vom Schadensfall am Pylon der Lodemann-Brücke in Hannover berichtet. Hierbei war der ca. 30 Meter hohe vertikale Teil des Pylons wenige Meter oberhalb des Verzweigungspunktes in einem starken Sturm Anfang November 1972 kollabiert. Er besaß einen sich konisch verjüngenden, rechteck-ähnlichen Querschnitt mit variierendem Seitenverhältnis  $d/b$  oberhalb 1. Biegegalloping konnte als Schadensursache durch Windkanalversuche nachträglich bestätigt werden.

Der vorliegende Beitrag berichtet von Windkanalmessungen sowohl an starren als auch an schwingfähigen Kragträgern mit Quadratquerschnitt. Auf dieser Grundlage und in Verbindung mit weiteren Literaturangaben werden die Komplexität dieser winddynamischen Anregungen solcher Bauwerke sowie Unzulänglichkeiten bei der Nachweisführung auf Grundlage der Angaben in der Windlastnorm DIN EN 1991-1-4 [1] aufgezeigt.

## **2 Vorgehen in DIN EN 1991-1-4 beim Nachweis gegen windinduzierte Querschwingungen rechteckförmiger Querschnitte**

### **2.1 Querschwingungen durch Wirbelerregung**

Bei der Umströmung sogenannter stumpfer, nicht-stromlinienförmiger Körper bilden sich auf der strömungsabgewandten Seite alternierend gegenläufig rotierende Wirbel, (Kármán-sche Wirbelstraße). Dieser alternierende Wirbelablöseprozess induziert am umströmten Körper ebenso regelmäßig pulsierende Erregerkräfte quer zum Wind. Insbesondere schlanke, stabförmige Bauwerke bzw. Bauteile können hierdurch zu Schwingungen quer zum Wind angeregt werden. Dabei kann es zu Resonanz kommen, wenn die Wirbelablösefrequenz mit einer Eigenschwingung des Bauwerks bzw. Bauteils quer zum Wind übereinstimmt. Dieser Resonanzfall ist gekennzeichnet durch die kritische Windgeschwindigkeit

$$v_{\text{crit},i} = \frac{b \cdot n_{y,i}}{St} \quad (1)$$

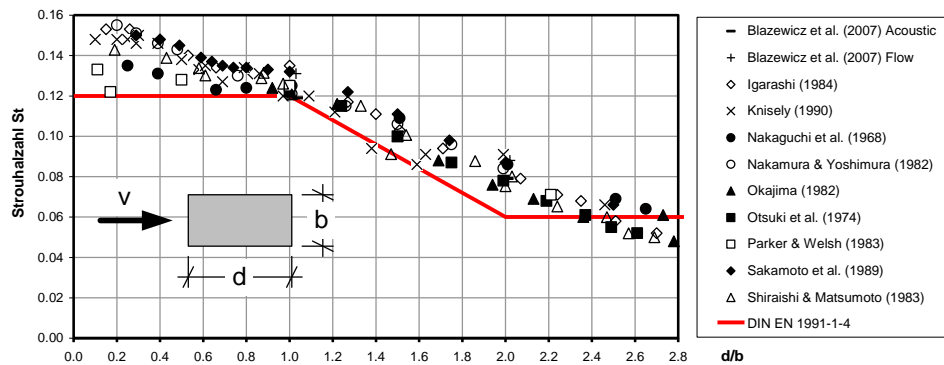
mit der Frequenz der Biegeschwingung quer zum Wind  $n_{y,i}$  (in Hz), der Querschnitts-abmessung  $b$  quer zum Wind (in m) und der Strouhalzahl  $St$ .

Die derzeit gültige Windlastnorm DIN EN 1991-1-4 [1] behandelt wirbelerregte Querschwingungen in Verbindung mit dem nationalen Anhang DIN EN 1991-1-4/NA [2] im Resonanzfall. Kann Wirbelresonanz nicht ausgeschlossen werden ( $v_{\text{crit},i} < 1,25 \cdot v_{m,L,j}$ ) ist die Tragwerkssicherheit nachzuweisen. Benötigt wird dazu die maximale Querschwingungs-amplitude  $y_{F,\text{max},i}$  in den Umkehrpunkten der angeregten Eigenform im eingeschwungenen

Zustand. Entsprechend „Verfahren 1“ im Abschnitt E.1.5.2 der Hauptnorm verhält sich die Amplitude proportional zum reziproken Wert der quadrierten Strouhalzahl:

$$y_{F,max,i} \sim \frac{1}{St^2} \quad (2)$$

Die Strouhalzahl  $St$  kennzeichnet für eine bestimmte Querschnittsform den Proportionalitätsfaktor zwischen der Ablösefrequenz der Wirbel  $n_A$  (in Hz) und dem Verhältnis  $v/b$  (in 1/s). Beim scharfkantigen Rechteckquerschnitt verhält sich für  $d/b$  bis ca. 2,8 die Wirbelstraße im Nachlauf des Körpers ähnlich zu der des Kreiszyinders. Die Strömung löst an der Vorderkante ab, das Profil ist aber so kurz, dass keine Wechselwirkung mit der Hinterkante stattfindet, d.h. die Wirbel organisieren sich erst hinter dem Totwassergebiet. In diesem Bereich hängt die Strouhalzahl sehr stark vom Seitenverhältnis  $d/b$  ab, siehe Abb. 1.



**Abbildung 1:** Gemessene Strouhalzahlen scharfkantiger Rechteckquerschnitte in 2-dimensionaler Umströmung im Vergleich zu dem in DIN EN 1991-1-4 angegebenen Verlauf

Da sich  $v_{crit,i}$  und  $y_{F,max,i}$  jeweils umgekehrt proportional zur Strouhalzahl verhalten, wäre aus der beobachteten Streuung von Messergebnissen entsprechend für den Nachweis durch Ausschluss ( $v_{crit,i}$ ) ein oberes Perzentil und für den Nachweis der Tragwerkssicherheit im Resonanzfall ( $y_{F,max,i}$ ) ein unteres Perzentil anzusetzen, um jeweils die sichere Seite abzubilden. Der Ansatz unterschiedlicher Strouhalzahlen je nach Beurteilungszweck ist im Zuge des methodischen Vorgehens nach „Verfahren 1“ nicht anerkannt. Im Ergebnis bedeutet dies, dass die in der DIN EN 1991-1-4 angegebene Kurve für den Nachweis auf Ausschluss auf unsicherer Seite liegt. Aus diesem Grund erscheint es sinnhafter, die Strouhalzahl auf Grundlage der Streubreite publizierter Werte als „best estimate“ anzusetzen.

Bei der Umströmung endlicher stabartiger Rechteckquerschnitte ist zu beobachten, dass sich infolge von 3D-Effekten zum freien Ende hin auch die Erregerfrequenz verändert. Bei Kragträgern mit nicht zu großer Schlankheit führt dies dazu, dass die veränderten Werte im Kopfbereich die kritische Windgeschwindigkeit der Schwingungsantwort bestimmen.

## 2.2 Querschwingungen durch Selbsterregung

Biegegalloping ist eine Instabilität, die vor allem gedrungene, scharfkantige oder asymmetrische Körper in abgelöster Strömung betrifft. Beim Rechteckquerschnitt hängt sie zudem stark vom Seitenverhältnis sowie vom Turbulenzgrad ab. Ab ca.  $d/b > 3$  tritt die

Instabilität nicht mehr auf, da die an der Vorderkante abgelöste Strömung dann verstärkt auf die Hinterkante trifft und die Anfachung so gestört wird.

Die Norm DIN EN 1991-1-4 behandelt die Einsetzgeschwindigkeit für Biegegalloping-schwingungen als quasi-stationären Fall auf der Grundlage des Glauert-Den Hartog-Kriteriums. Dieses basiert auf einer negativen Steigung des Querkraftbeiwertes  $c_{fy}$  bei  $\alpha = 0^\circ$ . Mit dem quasi-stationären Stabilitätsbeiwert  $a_G$  des spezifischen Querschnitts ergibt sich die Einsetzgeschwindigkeit rechnerisch zu

$$v_{CG} = \frac{2 \cdot Sc_b}{a_G} \cdot n_{y,1} \cdot b \quad (3)$$

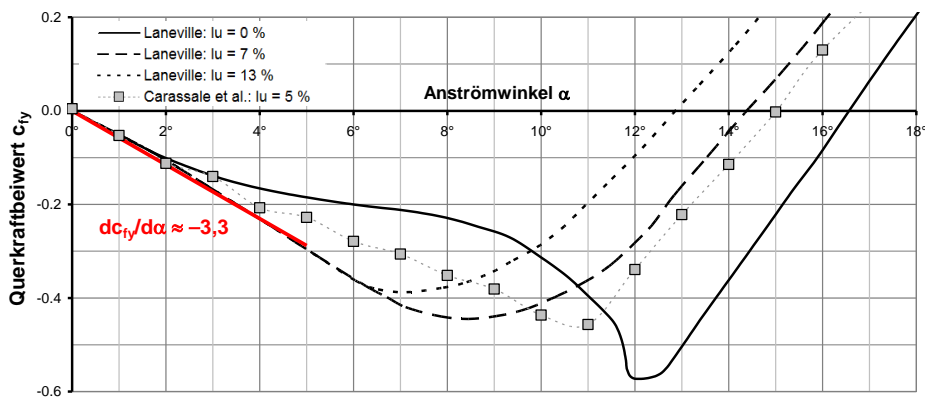
Die Scrutonzahl für Biegung ermittelt sich mit der äquivalenten Masse  $m_{y,e}$  (in kg/m), dem Dämpfungsdekrement für die Biegeschwingung  $\delta_b$  und der Luftdichte  $\rho_L$  (in kg/m<sup>3</sup>) aus

$$Sc_b = \frac{2 \cdot m_{y,e} \cdot \delta_b}{\rho_L \cdot b^2} \quad (4)$$

Stabilitätsbeiwerte  $a_G = -dc_{fy}/d\alpha$  instabiler Querschnittsformen können zuverlässig nur aus Windkanalversuchen ermittelt werden. In DIN EN 1991-1-4 sind für Rechteckquerschnitte Zahlenwerte für  $a_G$  in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses  $d/b$  tabelliert, siehe Tab. 1. Demnach dürfte ein Wert von  $a_G = 1,2$  für den Quadratquerschnitt angesetzt werden. Dagegen führen typische Ergebnisse von Windkanalmessungen für  $d/b = 1$  in 2-dimensionaler Umströmung, d.h. bei unendlicher Schlankheit, auf einen deutlich größeren Wert für  $a_G$  von ca. 3,3, siehe Abb. 2. Solche höheren Werte für  $a_G$  werden regelmäßig durch eigene Windkanalmessungen an scharfkantigen, kastenförmigen Querschnitten in 2-dimensionaler Umströmung bestätigt. Beim Quadratquerschnitt ist diese Anfälligkeit zudem kaum abhängig vom Turbulenzgrad der Windströmung.

d/b	1/3	1/2	2/3	1	3/2	2
$a_G$	0,4	0,7	1,0	1,2	1,7	2,0

**Tabelle 1:** Stabilitätsbeiwert für Galloping  $a_G$  nach DIN EN 1991-1-4 für den Rechteckquerschnitt abhängig vom Seitenverhältnis  $d/b$



**Abbildung 2:** Beiwerteverlauf  $c_{fy}(\alpha)$  für den Quadratquerschnitt in 2-dimensionaler Umströmung abhängig von der Turbulenz aus zwei Literaturquellen

Es kann nur vermutet werden, dass die Werte in der Norm bereits vergünstigende 3D-Effekte z.B. aus einer veränderten Umströmung im Kopfbereich eines Kragträgers erfassen. Liegt in einem konkreten Fall eher 2-dimensionale Umströmung vor, ist anzunehmen, dass nach Tab. 1 ermittelte, deutlich höhere Einsetzgeschwindigkeiten auf unsicherer Seite liegen.

### 3 Stationäre Messungen der Windeinwirkungen an einem quadratischen Kragträger

In dieser Windkanaluntersuchung wurden an einem vertikal stehenden, endlichen Kragträger mit quadratischem Querschnitt  $d/b = 1$  und Schlankheit  $H/b = 20$  Druckmessungen durchgeführt. Das Modell ( $b = 4$  cm) ist dabei fest am Drehteller verankert, Abspannungen vom Kopf aus verhindern Schwingungen explizit. In 4 Messquerschnitten mit Abstand  $s/b = 1, 4, 8$  und  $12$  vom Kopf aus sind jeweils 16 Druckmesspunkte gleichmäßig über den Umfang verteilt. Zur Erfassung der kurzzeitigen Druckschwankungen werden sämtliche Druckmesssignale mit hoher zeitlicher Auflösung registriert. Grundlage der weiteren Auswertungen sind u.a. Zeitreihen dimensionsfreier Kraftbeiwerte, die durch Integration aus den Druckmessungen ermittelt sind. Sie werden durch Referenzierung mit dem Querschnittsmaß und dem mittleren Staudruck der verwendeten homogenen Strömung gebildet. Die Zeitverläufe werden statistisch und spektral analysiert, um die Erregerkraftwirkungen bewerten zu können.

Für diesen Kragträger zeigt sich, dass in einem gewissen Bereich von ca.  $\pm 15^\circ$  um die frontale Anströmung  $\Phi = 0^\circ$  zwei abschnittsweise unterschiedliche Ablöseprozesse entlang der Achse entstehen, siehe Abb. 3. Die mittlere Ablösezone ( $s/b = 12$ ) weist in etwa die Charakteristik der 2-dimensionalen Umströmung mit  $St$  ca.  $0,124$  auf, vgl. Abschnitt 2.1. Die veränderte Wirbelstraße im Kopfbereich liefert eine Strouhalzahl von etwa  $St_{Kopf} = 0,095$ .

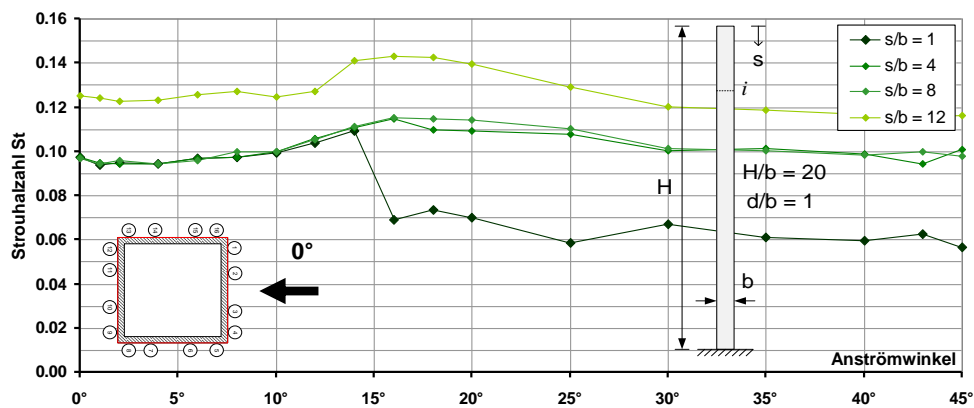
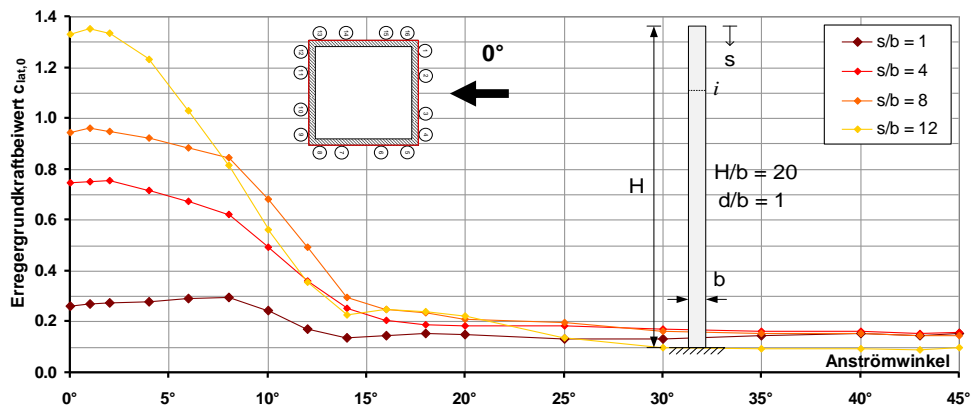


Abbildung 3: Strouhalzahlen  $St$  aus Windkanalmessungen an einem vertikalen Kragträger mit Quadratquerschnitt in Abhängigkeit der Höhe und des Anströmwinkels

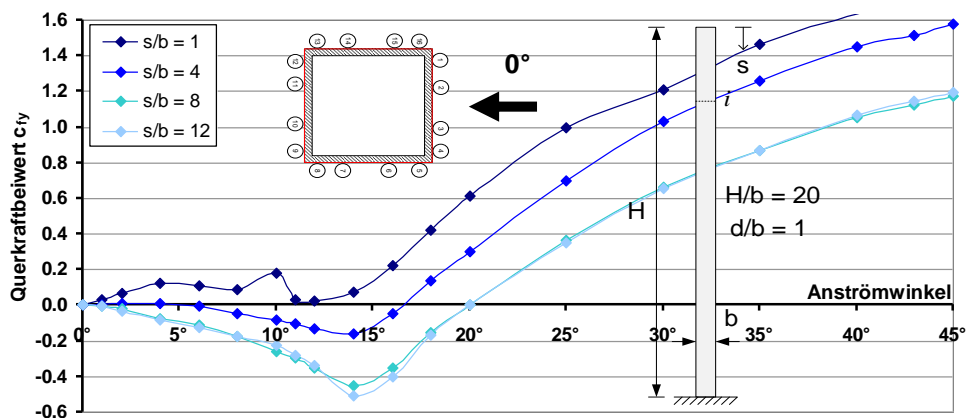
Der 2-dimensionale Erregerkraftbeiwert  $c_{lat,0}$  ( $s/b = 12$ ) bei  $\Phi = 0^\circ$  ist mit rd.  $1,35$  größer als der in DIN EN 1991-1-4 angegebene Wert von  $1,1$ , siehe Abb. 4. Er sinkt zum Kopfbereich hin ab. Dazu fällt er ab Anströmwinkeln  $\Phi$  ca.  $10^\circ$  bis  $15^\circ$  in allen Querschnitten auf ein sehr niedriges Niveau. Eine Anregung zu resonanzartigen Schwingungen ist von daher nur im Winkelbereich  $\pm 15^\circ$  zu erwarten. Allerdings zeigen die Auswertungen auch, dass die

spektrale Bandbreite in diesem Winkelbereich  $\pm 15^\circ$ , im Vergleich beispielsweise zu kreiszylindrischen Querschnitten, extrem gering ausfällt. Der Erregerprozess ist insofern stark sinusförmig, durchaus typisch für scharfkantige Baukörper mit dadurch fixierten Ablöselinien. Entsprechend direkt ist die Übertragung der Erregerkraft in die Resonanzantwort anzunehmen.



**Abbildung 4:** Erregerkraftbeiwerte  $c_{lat,0}$  aus Windkanalmessungen an einem vertikalen Kragträger mit Quadratquerschnitt in Abhängigkeit der Höhe und des Anströmwinkels

Beim Querkraftbeiwert  $c_{fy}$  zeigen beide tiefer liegenden Querschnitte  $s/b = 8$  bzw.  $12$  sehr ähnliches Verhalten. Die Anfälligkeit zum Biegegalloping, ausgedrückt durch negative Werte von  $dc_{fy}/d\alpha$ , nimmt zum Umschlagpunkt bei ca.  $\Phi = 14^\circ$  hin zunächst noch zu. Ein gemittelter Wert beider Querschnitte bestätigt in etwa das Ergebnis bei 2-dimensionaler Umströmung gemäß Abb. 2. Zum Kopf hin verändert sich dieser Kraftverlauf zu geringer bzw. kaum vorhandener negativer Steigung. Die tatsächliche Einsetzgeschwindigkeit für Biegegalloping an einem Kragträger kann insofern günstiger liegen.



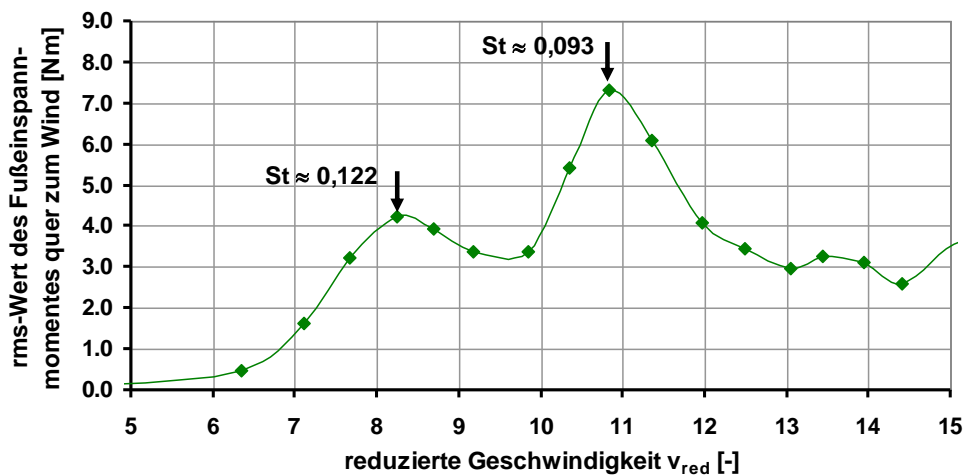
**Abbildung 5:** Querkraftbeiwert  $c_{fy}$  aus Windkanalmessungen an einem vertikalen Kragträger mit Quadratquerschnitt in Abhängigkeit der Höhe und des Anströmwinkels

## 4 Messungen an einem schwingfähigen Kragträger mit Quadratquerschnitt

In dieser Windkanaluntersuchung wurden Messungen an einem vertikal stehenden, endlichen Kragträger mit quadratischem Querschnitt  $d/b = 1$  und Schlankheit  $H/b = 32,4$  durchgeführt. Das Modell ( $b = 4 \text{ cm}$ ) ist unterhalb des Windkanalbodens in einer Kraftmesswaage verankert, die Kräfte in drei orthogonalen Richtungen und die entsprechenden Momente um diese Achsen erfasst. Die Übertragung der DMS-Signale erfolgt mittels einer werksseitig gelieferten Kalibriermatrix. Der Messbereich ist mit den zu erwartenden Windmomenten abgestimmt. Die Scrutonzahl des schwingfähigen Modells beträgt ca.  $Sc_b = 6,0$ . Zeitverläufe der Messsignale werden zu einer fest eingestellten Windgeschwindigkeit mit hoher zeitlicher Auflösung aufgezeichnet und statistisch ausgewertet. Die Übertragung auf die Hauptausführung erfolgt über die dimensionsfreie, reduzierte Geschwindigkeit

$$v_{\text{red}} = \frac{v}{b \cdot n_y} \quad (5)$$

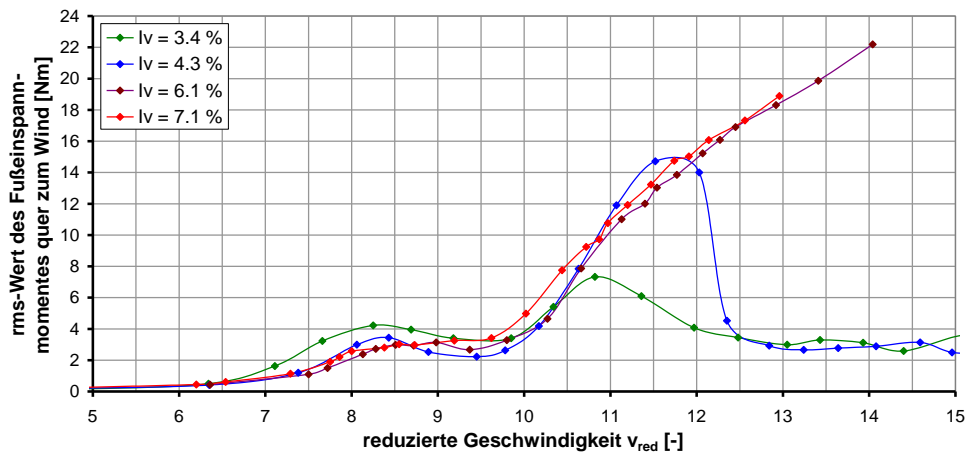
Der reziproke Wert von  $v_{\text{red}}$  ergibt direkt die Strouhalzahl. Die in den Druckmessungen identifizierten zwei Wirbelstraßen unterschiedlicher Ablösefrequenz zeigen sich eindrucksvoll als Doppelpeak im rms-Werteverlauf des schwingfähigen Modells, siehe Abb. 6. Zu beiden reduzierten Geschwindigkeiten ist jeweils die Grundschiwingung des Modells in Resonanz angeregt. Die Erregung aus der Wirbelstraße im Kopfbereich bei  $v_{\text{red}} \approx 10,8$  erzeugt erwartungsgemäß eine größere Strukturreaktion als die tiefer liegende Wirbelstraße bei  $v_{\text{red}} \approx 8,2$ .



**Abbildung 6:** rms-Wert des gemessenen Fußspannmomentes quer zum Wind an einem schwingfähigen vertikalen Kragträger mit Quadratquerschnitt bei frontaler Anströmung  $\Phi = 0^\circ$  mit geringer Windturbulenz  $I_v = 3,4 \%$  in Abhängigkeit von der reduzierten Geschwindigkeit  $v_{\text{red}}$

Die Ausprägung dieses Verhaltens ist sicherlich von der Schlankheit  $H/b$  abhängig. In jedem Fall ist es jedoch physikalisch unsinnig, die Charakteristik der 2-dimensionalen Umströmung im Kopfbereich zu unterstellen, was sich durch das Vorgehen in DIN EN 1991-1-4 ergäbe.

Abhängig von der Scrutonzahl können die Windgeschwindigkeiten für Wirbelresonanz und für Biegegalloping nah beieinander liegen und sich gegenseitig beeinflussen. Vorliegend ist dies offensichtlich der Fall, siehe Abb. 7. Bei sehr geringer Windturbulenz drückt sich die Wirkung der Wirbelstraße durch, auch mit dem positiven Effekt, dass oberhalb der Resonanz-erregung die Strukturreaktion auf ein geringes Maß zurückfällt. Allerdings stört die Windturbulenz zunehmend die periodische Wirbelerregung. Für den Quadratquerschnitt, dessen Anfälligkeit für Biegegalloping wenig von der Windturbulenz abhängt, führt dies demnach dazu, dass sich bei größerer Windturbulenz  $I_v \geq 6,1\%$  ab ca.  $v_{\text{red}} = 9,5$  Biegegalloping-schwingungen aufbauen. Auch in den Modellversuchen ist dann ein Kollaps zu vermeiden.



**Abbildung 7:** rms-Wert des gemessenen Fußeinspannmomentes quer zum Wind an einem schwingfähigen vertikalen Kragträger mit Quadratquerschnitt bei frontaler Anströmung  $\Phi = 0^\circ$  abhängig von der reduzierten Geschwindigkeit  $v_{\text{red}}$  und der Windturbulenz  $I_v$

## Literatur

- [1] DIN EN 1991-1-4:2010-12 Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen, Windlasten, Deutsche Fassung EN 1991-1-4:2010, Deutsches Institut für Normung e.V., Dez. 2010.
- [2] DIN EN 1991-1-4/NA 2010-12 Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen - Windlasten, Deutsches Institut für Normung e.V., Dez. 2010.
- [3] MAHRENHOLTZ, O.; BARDOWICKS, H. Wind induced vibrations of Some Steel Structures. In: Naudascher, E., Rockwell, D. (Hrsg.) Practical Experiences with Flow-Induced Vibrations, Symposium, Universität Karlsruhe, 1979, S. 643-649
- [4] DENIZ, S.; STAUBLI, TH. Oscillating Rectangular and octagonal profiles: Interaction of leading- and trailing-edge vortex formation. Journal of Fluids and Structures, Nr. 11 (1997), S. 3–31
- [5] CARASSALE, L.; FREDA, A.; MARRÈ-BRUNENGHI, M. Effects of free-stream turbulence and corner shape on the galloping instability of square cylinders. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Nr. 123 (2013), S. 274-280