

Berechnungsmethoden zur Analyse von innerlich aufgelösten Schalenstrukturen

Georgia Kikis¹, Leonie Mester¹, Simon Klarmann¹, Rostislav Chudoba², Sven Klinkel¹

¹Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik, RWTH Aachen, Mies-van-der-Rohe-Str. 1, 52074 Aachen, Germany

²Lehrstuhl für Massivbau, RWTH Aachen, Mies-van-der-Rohe-Str. 1, 52074 Aachen, Germany

Zusammenfassung: Neue Komposite und maschinengestützte Fertigungsverfahren ermöglichen die Einführung materialminimierter Strukturen im Bauwesen. Der Beitrag befasst sich mit Berechnungsmethoden für innerlich aufgelöste Schalenstrukturen. Die Schale wird durch eine gekoppelte Mehrskalermethode homogenisiert. Die nichtmetallische Bewehrung wird durch bildgebende Verfahren erfasst. Das Bruchverhalten und der Verbund werden mit speziellen Materialmodellen abgebildet.

1 Einleitung

Innerlich aufgelöste Schalenstrukturen bezeichnen Strukturen welche sich durch zwei Deckschichten sowie eine innere Struktur auszeichnen. Ein bekanntes Beispiel sind Honigwabenstrukturen, bei denen die innere Struktur aus vertikalen Stegen besteht, welche hexagonal angeordnet sind. Alternativ sind auch sich durchdringende Schalenstrukturen oder Falwerke als innere Struktur denkbar. Abb. 1 zeigt beispielhaft eine Platte welche unterschiedliche innere Strukturen aufweisen kann. Diese wird numerisch über ein repräsentatives Modell erfasst, Abb. 1 (rechts). Durch die Einführung neuer Komposite, wie zum Beispiel Carbonbeton, die sehr dünne Strukturen erlauben und durch neuartige, maschinengestützte Fertigungsverfahren, rücken diese aufgelösten Strukturen mehr in den Fokus. Diese erlauben materialminimiertes Bauen bei gleichzeitig hohen Festigkeiten. Im Rahmen des SFB/TRR 280 wurden verschiedene Berechnungsmethoden zur Analyse von carbonverstärktem Beton entwickelt mit dem Ziel diese auf innerlich aufgelöste Strukturen anzuwenden. Im Folgenden werden die entwickelten Methoden vorgestellt.

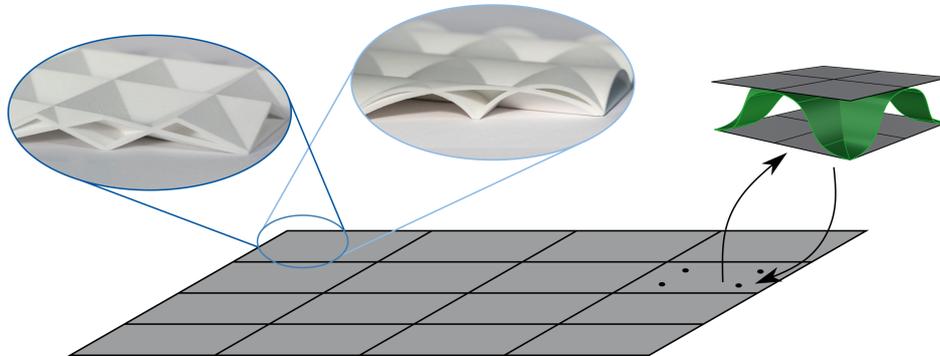


Abbildung 1: Makroskopische Platte mit innerer Struktur - zum Beispiel Faltwerk oder durchdringende Schalen (links). Repräsentatives Modell einer möglichen inneren Struktur (rechts). Foto: S. Scholz, Dresden; Abbildung: L. Mester

2 Homogenisierung der Schalenstruktur

Wie in Abb. 1 dargestellt, bestehen innerlich aufgelöste Schalen aus sich periodisch wiederholenden Strukturen, die den Einsatz einer gekoppelten Mehrskalennmethode zur Strukturanalyse motivieren. Die einzelnen, schalenartigen Komponenten, wie z.B. die innere Schale oder die Deckschichten, bestehen aus Kompositwerkstoffen. Weisen diese beispielsweise eine sich periodisch wiederholende Bewehrungsstruktur auf, siehe Abb. 2, können auch diese schalenartigen Komponenten mit Hilfe der gekoppelten Mehrskalennmethode berechnet werden. Hier wird in einem ersten Schritt das Vorgehen zur Homogenisierung einer einzelnen Schalenstruktur aus Carbonbeton vorgestellt. Diese Methode wird in der Zukunft auf die aufgelöste Schale übertragen.

Das Tragwerk wird auf zwei Skalen betrachtet. Die makroskopische Skala beschreibt die geometrischen Eigenschaften der Tragstruktur sowie die Belastung und Lagerung. Die Referenzfläche des Makromodells wird durch Schalenelementen mit Reissner-Mindlin Kinematik beschrieben. Die mesoskopische Skala beschreibt die geometrischen und materiellen Eigenschaften der Komponenten Carbontextil und Beton mithilfe eines repräsentativen Volumenelements (RVE). Die Mesostruktur wird mithilfe der *scaled boundary isogeometric analysis* (SBIGA) [1] numerisch beschrieben. Die Methode beschreibt Geometrien mithilfe von *non-uniform rational B-Spline* (NURBS-) Oberflächen und einem Skalierungszentrum. Durch die Verwendung der isogeometrischen Analyse (IGA) kann die Geometrie direkt für die Analyse verwendet werden, wodurch der geometrische Approximationsfehler, der bei der Finiten Elementen Methode auftritt, vermieden wird. Diese Methode eignet sich besonders für komplexe Geometrien, wie sie bei Carbontextil vorkommen. Eine wesentliche Einschränkung der Methode ist die Wahl des Skalierungszentrums, da dieses immer in Bereichen liegen muss, von denen aus der gesamte Rand der Struktur sichtbar ist.

Ziel der Homogenisierungsmethode ist es, die makroskopische Schalenstruktur als homogen zu beschreiben, wobei die effektive Materialantwort in jedem Punkt unter Berücksichtigung

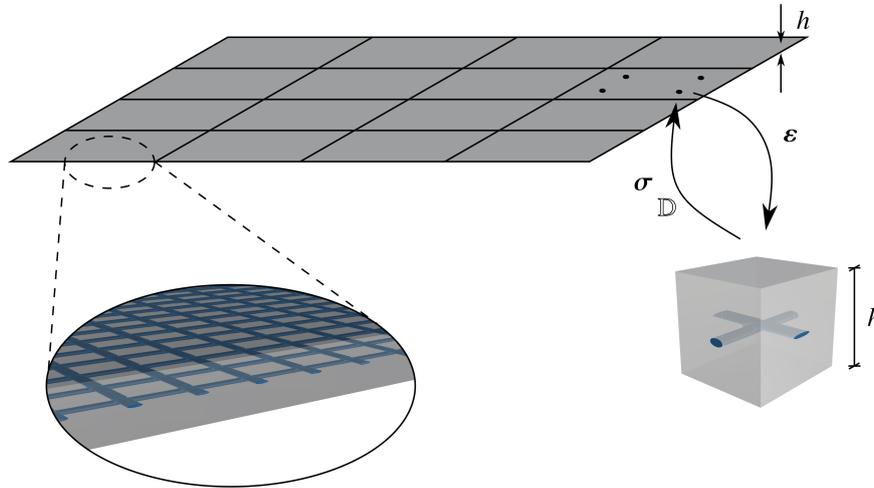


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Homogenisierung einer makroskopischen Schale mit Textilbewehrung

der Mesostruktur bestimmt wird.

Zur Kopplung der beiden Skalen wird die Energieäquivalenz gemäß der Hill-Mandel-Bedingung gefordert. Aus der Hill-Mandel-Bedingung ergeben sich formal drei Arten von Randbedingungen: Spannungsrandbedingungen, Verschiebungsrandbedingungen und periodische Randbedingungen. Sie bestimmen, wie die makroskopischen Größen auf das RVE aufgebracht werden. Da sich das Carbondtextil periodisch wiederholt, werden periodische Randbedingungen gewählt.

Die Vorgehensweise ist in Abb. 2 schematisch dargestellt. Die makroskopischen Schalenverzerrungen ε werden in jedem Integrationspunkt auf ein RVE aufgebracht, auf der mesoskopischen Struktur wird ein Randwertproblem mithilfe der SBIGA gelöst. Die resultierenden homogenisierten Schalenschnittgrößen σ und die effektive Materialantwort, in Form des Schalen-Materialtensors \mathbb{D} , werden an die Makroskala zurückgegeben. Der Schalen-Materialtensor leitet sich direkt aus der kontinuumsmechanischen Materialtangente ab, die auf der Mesoskala im Rahmen der SBIGA verwendet wird, siehe z.B. [3].

Da für die makroskopische Schale eine Reissner-Mindlin-Kinematik verwendet wird, ergibt sich für die Schubverformung eine Kopplung zwischen Querkraft und Moment. Diese kann durch die periodischen Randbedingungen nicht korrekt abgebildet werden, da diese einen linearen Zusammenhang zwischen den makroskopischen Verzerrungen und den Randverschiebung auf dem RVE annehmen. Daraus resultiert eine Abhängigkeit der Schubsteifigkeitskomponenten von der RVE-Größe. Um diese Längenabhängigkeit zu reduzieren, wird eine zusätzliche Bedingung eingeführt, welche zuerst für den Timoshenko Balken vorgestellt [7] und in [9] für die Schale erweitert wurde.

Für die Analyse von aufgelösten Bauteilen wird die Methode angepasst, sodass das RVE die innere Struktur mithilfe von Schalenelementen beschreibt, siehe Abb. 1. Das Problem der

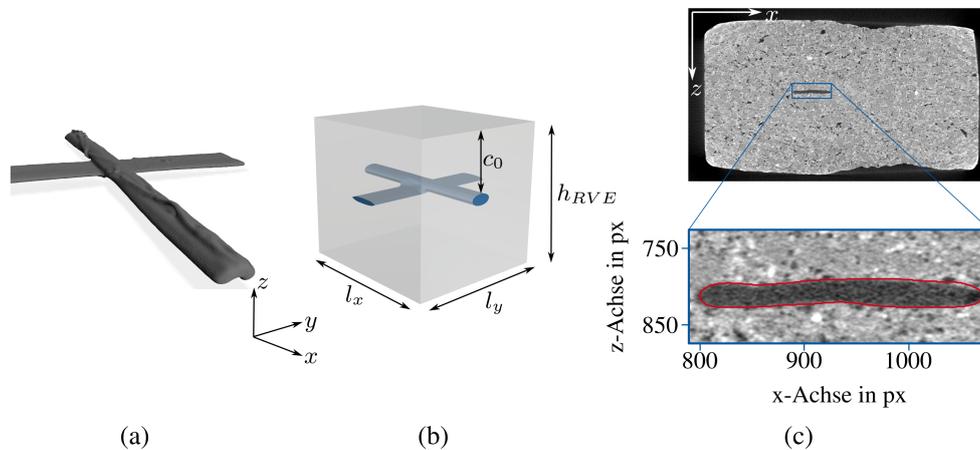


Abbildung 3: (a) Segmentiertes Oberflächenmodell des Textils. (b) Parametrisiertes RVE. (c) Ableitung der charakteristischen Roving-Dimensionen anhand von tomographischen Schnittbildern

Längenabhängigkeit der Schubsteifigkeit von der RVE-Größe bleibt bestehen und kann durch eine Anpassung des Schubkorrekturfaktors [4] oder eine angepasste Nebenbedingung [11] berücksichtigt werden.

3 Bildgebende Verfahren-Tomographie

Um die mesoskopische Struktur möglichst genau zu erfassen, werden bildgebende Verfahren eingesetzt. Dazu werden Probekörper aus Carbonbeton mit einem Mikro-Computertomographie (μ -CT) Gerät gescannt und eine 3D-Rekonstruktion erstellt. Mit Hilfe eines *convolutional neural network* (CNN) wird das Carbontextil segmentiert, siehe Abb. 3 (a).

Aus der vorgestellten Homogenisierungsmethode ergeben sich zwei wesentliche Bedingungen für das RVE. Durch die Verwendung periodischer Randbedingungen muss das RVE achsensymmetrisch zu den beiden Achsen in der Ebene und punktsymmetrisch zum Mittelpunkt der Grundfläche in der Ebene sein. Da die SBIGA-Diskretisierung immer ein Skalierungszentrum benötigt, müssen zusätzlich alle Teilgebiete, die das RVE beschreiben, sternförmig sein. Daher wird ein parametrisiertes RVE verwendet, siehe Abb. 3 (b). Es wird durch die Gitteröffnung des Textils in Kett- und Schussrichtung (l_x/l_y), die Überdeckungshöhe (c_0), die Schalendicke (h_{RVE}) sowie die Rovingabmessungen charakterisiert. Die Rovings werden dabei als elliptische Zylinder angenommen, wobei die Querschnittsabmessungen anhand von tomographischen Schnittbildern abgeleitet werden, siehe Abb. 3 (c). Eine detaillierte Beschreibung des Vorgehens findet sich in [10].

Bei der Analyse von aufgelösten Schalenstrukturen können bildgebende Verfahren verwendet werden, um beispielsweise das Ablöseverhalten zwischen der inneren aufgelösten Struktur und der Deckschicht zu untersuchen.

4 Numerisches Schädigungsmodell

Die Rissbildung bzw. das Bruchverhalten der einzelnen Komponenten einer innerlich aufgelösten Schale wird mit Hilfe von numerischen Schädigungsmodellen, die an die Materialien des verwendeten Komposites, angepasst sind, beschrieben. Im Fall von Carbonbeton wird das quasi-spröde Bruchverhalten des Betons unter Zug mit dem Microplane Schädigungsmodell von Jirasek [5] beschrieben. Dabei wird ein Materialpunkt, der als Kugel dargestellt wird, durch Microplanes („Mikroflächen“) unterschiedlicher Orientierungen approximiert, auf die die Verzerrung der Makroebene projiziert wird. Im nächsten Schritt werden die effektiven Verzerrungsvektoren der einzelnen Mikroflächen mit Hilfe einer Schädigungsfunktion ϕ bestimmt und zum effektiven Verzerrungstensor homogenisiert. Dieser beschreibt die Verzerrungen im ungeschädigten Beton zwischen den Rissen und ist mit dem effektiven Spannungstensor durch den elastischen Materialtensor verbunden. Aus dem effektiven Spannungstensor lässt sich der Spannungstensor auf der Makroebene definieren. Diese Schritte werden durch ein konstitutives Gesetz zusammengefasst, das eine degradierte Materialmatrix beinhaltet, siehe Abb. 4 (links).

Das gewählte Schädigungsmodell hängt von zwei Parametern e_p , der die elastische Grenze angibt und e_f , der vergleichbar mit einem Duktilitätsparameter ist, ab. Die Kalibrierung des Schädigungsmodells erfolgt anhand eines Zugversuchs. Im Rahmen des SFB-TRR 280 wurden Zugversuche an mehreren Carbonbeton-Dehnkörpern (Versuchskörper D1 und D2) mit einer freien Länge von 53 cm und Querschnittsabmessungen von 3 x 12 cm durchgeführt, siehe Abb. 4 (rechts). Die Dehnkörper sind dabei an beiden Seiten mit Klemmbacken eingespannt und werden weggesteuert bis zum Versagen belastet. Es wurde ein hochfester Beton, der der Betongüte C100/115 gemäß Eurocode 2 entspricht, verwendet. Außerdem wurde eine Lage Carbontextil der Firma Solidian (GRID Q95-CCE-38-E5) mittig in den Querschnitt eingelegt. Eine detaillierte Beschreibung der Dehnkörperversuche bzw. Materialparameter ist in [6] enthalten. In Abb. 4 (rechts) ist die Spannungsdehnungskurve aus den zwei Dehnkörperversuchen zusammen mit den Ergebnissen aus der Berechnung der Mehrskalenmethode (FE^2) dargestellt. Sie weisen eine gute Übereinstimmung auf.

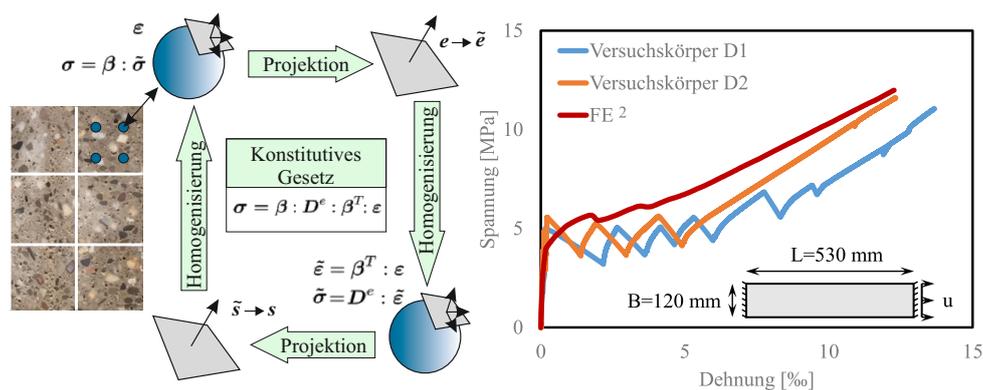


Abbildung 4: Darstellung des Microplane Schädigungsmodells (links) und Berechnung eines Zugversuchs (rechts).

5 Verbundverhalten innerlich aufgelöster Schalenstrukturen

Je nach Belastungszustand tritt Schädigung nicht nur in den einzelnen Komponenten der innerlich aufgelösten Schale auf, sondern auch an deren Verbindungsstellen. Um dieses Phänomen modellieren zu können, wird ein isogeometrisches Kohäsivzonelement entwickelt. Dieses wird mit dem Materialmodell von Chudoba et al. [2] kombiniert, das die Beschreibung des komplexen Schädigungsverhaltens unter kombinierter Zug-, Druck- und Scherbeanspruchung ermöglicht. Die Grenzfläche wird durch ein 3D Element mit minimaler Dicke modelliert das eine relative Verschiebung der zwei gegenüberliegenden Kontaktflächen erlaubt, siehe Abb. 5 (links). Die Kontaktflächen werden mit denselben NURBS Basis Funktionen beschrieben wie auch in der SBIGA Formulierung, siehe Abschnitt 2, während in Dickenrichtung lineare Ansätze benutzt werden.

Das relative Verschiebungsfeld wird in eine normale und tangential Komponente zerlegt, um das inelastische Materialverhalten in den unterschiedlichen Richtungen berücksichtigen zu können. Dieses wird durch Schädigung und plastische Verformungen beschrieben, wobei in Normalrichtung nur Schädigung unter Zug erfolgt und in Tangentialrichtung durch die Verfestigungsmodul K und γ eine isotrope und kinematische Verfestigung berücksichtigt wird. Die Steifigkeiten in Normal- und Tangentialrichtung werden als E_N und E_T definiert. Um den elastischen Bereich beschreiben zu können, werden als zusätzliche Materialparameter die elastische Schubspannungsgrenze f_s , die Grenzflächendruckfestigkeit f_c und die Übergangsgrenze f_{c0} eingeführt. Das Fließpotential, das die Schädigungsentwicklung beschreibt, wird mit Hilfe der Akkumulierungsexponenten der Schädigung c_N und c_T , der Exponenten der Schädigungsrate r_N und r_T , sowie die Skalierungsparameter der Schädigungsenergie S_N und S_T definiert.

In Abb. 5 (links) wird beispielhaft ein Abschnitt einer innerlich aufgelösten Schale vereinfacht dargestellt. Es wird angenommen dass alle Komponenten aus reinem Beton mit einem Elastizitätsmodul von $E = 20000$ MPa und der Poissonzahl $\nu = 0.2$ bestehen. Um zunächst nur das nichtlineare Materialverhalten und Versagen der Grenzfläche zwischen oberer Platte und innerer Schale zu betrachten, wird ein linear elastisches Materialverhalten für die Komponenten angenommen. Für die Grenzfläche werden folgende Materialparameter in Tangentialrichtung gewählt: $E_T = 200000$ [MPa/mm], $f_s = 5$ [MPa], $S_T = 4e - 6$ [N/mm], $r_T = 1$ [-], $c_T = 1$ [-], $K = 0$ [MPa/mm], $\gamma = 0$ [MPa/mm]. In Normalrichtung sind die Materialparameter wie folgt definiert: $E_N = 200000$ [MPa/mm], $f_t = 2.4$ [MPa], $f_c = 40$ [MPa], $f_{c0} = 30$ [MPa] $S_N = 3e - 6$ [N/mm], $r_N = 3$ [-], $c_N = 0$ [-]. Der Parameter für die Beschreibung der Druckempfindlichkeit hat den Wert $m = 0.0017$ [-]. Die daraus resultierende Kraftverschiebungskurve ist in Abb. 5 (rechts) gegeben. Zum Vergleich wurde die Grenzschicht auch mit Hilfe des Microplane Schädigungsmodells aus Abschnitt 4 mit $e_p = 6.3285e - 05$ und $e_f = 0.0261$ modelliert. Beim Microplane Modell tritt Schädigung nur in den Bereichen auf, wo Zug auftritt. Es weist ein sehr sprödes Verhalten auf, das sich durch ein "snap-back" im Entfestigungsverlauf manifestiert. Im Gegensatz dazu, ist der Verlauf des Kohäsivzonenmodells, durch die zusätzliche Berücksichtigung von Plastizität sowohl im Zug als auch im Druckbereich, weicher. Das präsentierte Kohäsivzonenmodell wird auch zur Beschreibung des Verbundverhaltens zwischen der Bewehrung und dem Beton eingesetzt, siehe [8].

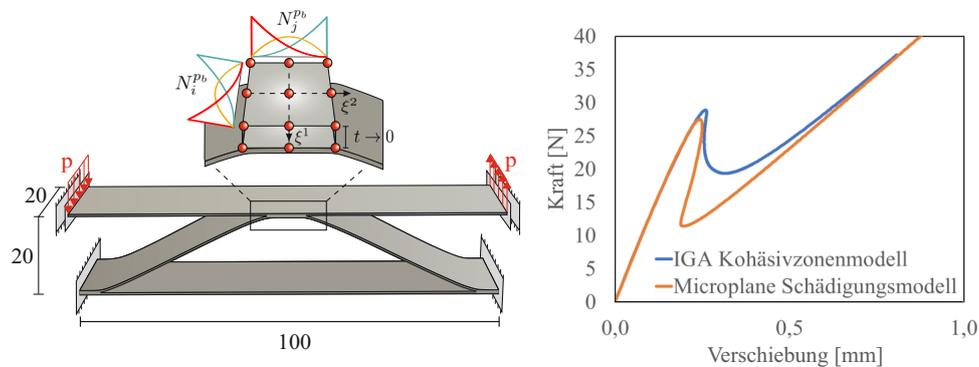


Abbildung 5: Abschnitt einer innerlich aufgelösten Schale mit dem isogeometrischen Kohäsivzonelement (links) und im Vergleich die resultierenden Kraftverschiebungskurven für das IGA Kohäsivzonenmodell und das Microplane Schädigungsmodell (rechts).

6 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wurden unterschiedliche Methoden präsentiert, die als Werkzeuge zur Bestimmung des Trag- und Bruchverhaltens von innerlich aufgelösten Schalen dienen. Diese Methoden wurden im Rahmen des SFB/TRR 280 für Carbonbetonstrukturen entwickelt und getestet. Im nächsten Schritt soll die Mehrskalennmethode aus Abschnitt 2 erweitert werden und zum Vergleich experimentelle Daten von innerlich aufgelösten Schalen herangezogen werden.

7 Danksagung

Die Autoren bedanken sich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung im Rahmen des SFB/TRR 280, Projektnummer 417002380.

Literatur

- [1] CHASAPI, M. ; MESTER, L. ; SIMEON, B. ; KLINKEL, S. : Isogeometric analysis of 3D solids in boundary representation for problems in nonlinear solid mechanics and structural dynamics. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 123 (2021), Nr. 5, 1228–1252. <http://dx.doi.org/10.1002/nme.6893>
- [2] CHUDOBA, R. ; VOŘECHOVSKÝ, M. ; AGUILAR, M. ; BAKTHEER, A. : Coupled sliding–decohesion–compression model for a consistent description of monotonic and fatigue behavior of material interfaces. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 398 (2022), 115259. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2022.115259>

- [3] GRUTTMANN, F. ; WAGNER, W. : A coupled two-scale shell model with applications to layered structures. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 94 (2013), Nr. 13, 1233–1254. <http://dx.doi.org/10.1002/nme.4496>
- [4] HELLER, D. ; GRUTTMANN, F. : Nonlinear two-scale shell modeling of sandwiches with a comb-like core. In: *Composite Structures* 144 (2016), 147–155. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.02.042>
- [5] JIRÁSEK, M. : Comments on microplane theory. In: *Mechanics of Quasibrittle Materials and Structures*. Paris, France : Hermes Science Publications, 1999, S. 55–77
- [6] KIKIS, G. ; MESTER, L. ; SPARTALI, H. ; CHUDOBA, R. ; KLINKEL, S. : Analyse des Trag- und Bruchverhaltens von Carbonbetonstrukturen im Rahmen des SFB/TRR 280. In: *Bauingenieur* 98 (2023), 218–226. <http://dx.doi.org/10.37544/0005-6650-2023-07-08-40>
- [7] KLARMANN, S. ; GRUTTMANN, F. ; KLINKEL, S. : Homogenization assumptions for coupled multiscale analysis of structural elements: Beam kinematics. In: *Computational Mechanics* 65 (2020), Nr. 3, 635–661. <http://dx.doi.org/10.1007/s00466-019-01787-z>
- [8] KLARMANN, S. ; KIKIS, G. ; KLINKEL, S. ; CHUDOBA, R. : Isogeometric cohesive zone modeling of interfaces in reinforced concrete structures. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* (2023), e202300160. <http://dx.doi.org/10.1002/pamm.202300160>
- [9] MESTER, L. ; KLARMANN, S. ; KLINKEL, S. : Homogenization assumptions for the two-scale analysis of first-order shear deformable shells. In: *Computational Mechanics* (2023), (accepted). <http://dx.doi.org/10.1007/s00466-023-02390-z>
- [10] WAGNER, F. ; MESTER, L. ; KLINKEL, S. ; MAAS, H.-G. : Analysis of Thin Carbon Reinforced Concrete Structures through Microtomography and Machine Learning. In: *Buildings* 13 (2023), Nr. 9, 2399. <http://dx.doi.org/10.3390/buildings13092399>
- [11] ZOLLER, J. : *Entwicklung eines Mehrskalenmodells für Sandwichstrukturen mit dünnwandigen Kernen*. Darmstadt, Diss., 2022. <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/22563/>