

# **Berücksichtigung transversal isotropen Materialverhaltens des Gebirges bei der numerischen Simulation von Tunnelvortrieben**

**Thomas Mader, Magdalena Schreter-Fleischhacker, Günter Hofstetter**

*Institut für Grundlagen der Technischen Wissenschaften, Arbeitsbereich für Festigkeitslehre und Baustatik, Universität Innsbruck*

**Zusammenfassung:** Bei einem Tunnelvortrieb werden die Verformungen der Tunnellaubung wesentlich durch das mechanische Verhalten des umliegenden Gebirges beeinflusst. In diesem Beitrag werden die Ergebnisse von 2D Finite Elemente Simulationen eines tiefliegenden Tunnelvortriebs ohne Sicherungsmaßnahmen im geschichteten Gebirge präsentiert, die durch einen Vergleich mit isotropem Gebirge zeigen, dass es im Falle von geschichtetem Gebirge notwendig ist, neben dem nichtlinearen auch das richtungsabhängige Materialverhalten zu berücksichtigen.

## **1 Einleitung**

Beim Vortrieb tiefliegender Tunnel ist eine möglichst genaue Abschätzung der auftretenden Verformungen und Spannungen im umliegenden Gebirge essenziell für eine wirtschaftliche Dimensionierung des Tunnelbauwerks. Besonders unter Anwendung der Neuen Österreichischen Tunnelbaumethode (NÖT), bei der das umliegende Gebirge zusammen mit einer Spritzbetonschale, Ausbaubögen und Felsankern eine wesentliche Komponente des Tunnelbauwerks bildet, ist eine möglichst realitätsnahe Modellierung des mechanischen Verhaltens des Gebirges von großer Bedeutung.

Das mechanische Verhalten von Fels ist durch einen linear elastischen Bereich unter niedrigen Belastungen, gefolgt von verfestigendem plastischen Verhalten im Vorbruchbereich und entfestigendem Verhalten, begleitet durch eine Reduktion der Materialsteifigkeit im Nachbruchbereich, gekennzeichnet. Des Weiteren weisen die meisten Gesteinsarten eine ausgeprägte Mikro- bzw. Makrostruktur aufgrund von Schichtung, Schieferung oder Foliation auf, weshalb das mechanische Verhalten zusätzlich von der Belastungsrichtung bezogen auf die Materialhauptrichtungen abhängt.

Um sowohl das hochgradig nichtlineare mechanische Verhalten als auch die Richtungsabhängigkeit des Materialverhaltens von intaktem Fels bzw. Gebirge mathematisch zu beschreiben, wurde das *Transversely Isotropic Rock Damage Plasticity* (TI-RDP) Modell entwickelt [4, 5, 6]. Das TI-RDP Modell basiert auf dem isotropen *Rock Damage Plasticity* (RDP) Modell [9, 8] und wurde zur Berücksichtigung der Richtungsabhängigkeit des mechanischen Verhaltens nach dem in [2] vorgestellten Ansatz auf transversal isotropes Verhalten erweitert. Basierend auf 3D Finite Elemente Simulationen von triaxialen Kompressionsversuchen an *Tournemire Schiefer* wurde in [4] gezeigt, dass sich das TI-RDP Modell gut für die realitätsnahe Modellierung des inhärent transversal isotropen und hochgradig nichtlinearen Verhaltens von geschichteten Gesteinsarten eignet.

Ziel dieses Beitrags ist es, die Auswirkungen der Richtungsabhängigkeit des Materialverhaltens geschichteten Gebirges auf die Verformungen der Tunnellaubung tiefliegender Tunnel zu demonstrieren. Zu diesem Zweck wird das TI-RDP Modell in vereinfachten 2D Finite Elemente Simulationen am Beispiel eines Tunnelvortriebs im *Innsbrucker Quarzphyllit* angewendet, ohne Sicherungsmaßnahmen zu berücksichtigen.

Die Ergebnisse der Simulationen werden mit den Ergebnissen einer Simulation unter Anwendung des isotropen RDP Modells verglichen und so die Unterschiede aufgezeigt.

## 2 Konstitutive Beziehungen des TI-RDP Modells

Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über die konstitutiven Gleichungen des TI-RDP Modells gegeben. Für eine ausführliche Modellbeschreibung wird auf die Publikationen [4] und [5] verwiesen.

Die auf die Materialhaupttrichtungen bezogene Spannungs-Dehnungsbeziehung des TI-RDP Modells ergibt sich zu

$$\boldsymbol{\sigma}' = (1 - \omega) \cdot \mathbb{C}'^{(ti)} : \underbrace{\left( \boldsymbol{\varepsilon}' - \boldsymbol{\varepsilon}'^{(p)} \right)}_{\boldsymbol{\varepsilon}'^{(e)}}. \quad (1)$$

Auf die Materialhaupttrichtungen bezogene Größen werden darin mit einem hochgestellten  $(\bullet)'$  gekennzeichnet.  $\boldsymbol{\sigma}$  bezeichnet den nominellen Spannungstensor,  $\omega$  die skalare Schädigungsvariable, die Werte zwischen 0 (ungeschädigtes Material) und 1 (vollständig geschädigtes Material) annehmen kann, und  $\boldsymbol{\varepsilon}$  den linearisierten Verzerrungstensor unter Berücksichtigung der additiven Zerlegung in einen plastischen Anteil  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(p)}$  und einen elastischen Anteil  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}$ .  $\mathbb{C}^{(ti)}$  beschreibt den transversal isotropen Materialsteifigkeitstensor, welcher durch die fünf unabhängigen Materialparameter  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{23}$ ,  $\nu_{12}$  und  $G_{12}$  gekennzeichnet ist. Diese Parameter repräsentieren die elastischen Materialparameter des geschichteten intakten Gesteins. Zur Berücksichtigung der reduzierten Steifigkeit im Gebirge werden diese durch einen empirischen Reduktionsfaktor  $r_s$  abgemindert (vgl. [5]).

## 2.1 Transversal isotropes plastisches Verhalten

Zur einfacheren Beschreibung des plastischen Materialverhaltens wird der Begriff des effektiven Spannungstensors  $\bar{\sigma}$  (Kraft je ungeschädigter Anteil eines Flächenelements) eingeführt, welcher gemäß Schädigungstheorie durch  $\sigma = (1 - \omega)\bar{\sigma}$  mit dem nominellen Spannungstensor gekoppelt ist. Zur Beschreibung des transversal isotropen elasto-plastischen Materialverhaltens wird der effektive Spannungstensor  $\bar{\sigma}$  mittels

$$\bar{\sigma}^* = \mathbb{P} : \bar{\sigma} \quad (2)$$

nach dem Ansatz von [2] in eine fiktive isotrope Konfiguration projiziert. Auf diese Konfiguration bezogene Größen werden durch ein hochgestelltes  $(\bullet)^*$  gekennzeichnet.

Der lineare Projektionstensor 4. Stufe  $\mathbb{P}$  ist symmetrisch und im Sinne der Walpole-Algebra zu

$$\mathbb{P} = \mathbb{E}^{(1)} + \gamma \left( \mathbb{E}^{(2)} + \mathbb{F} + \delta \mathbb{G} \right) \quad (3)$$

definiert.  $\gamma$  und  $\delta$  bezeichnen zwei unabhängige Parameter zur Berücksichtigung des transversal isotropen plastischen Verhaltens. Sie repräsentieren das Verhältnis zwischen den einaxialen Druckfestigkeiten normal und parallel zu den Schichtungsebenen  $\gamma = f_{\text{cu}}^{(1)} / f_{\text{cu}}^{(2)}$  und das Verhältnis zwischen den Scherfestigkeiten innerhalb und normal zu den Schichtungsebenen  $\delta = f_{\text{sh}}^{(23)} / f_{\text{sh}}^{(12)}$ . Die Subtensoren  $\mathbb{E}^{(1)}$ ,  $\mathbb{E}^{(2)}$ ,  $\mathbb{F}$  und  $\mathbb{G}$  sind in Abhängigkeit des Mikrostrukturensors  $\phi = \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$  und dessen orthogonalen Tensors  $\chi = \mathbf{1} - \phi$  formuliert, welche wiederum durch den Normalvektor  $\mathbf{n}$  der Schichtungsebenen bestimmt werden.

Zur Begrenzung des elastischen Bereichs unter Berücksichtigung transversal isotropen Materialverhaltens wird die Fließfunktion des ursprünglichen isotropen RDP Modells [9] in Abhängigkeit der Haigh-Westergaard Koordinaten  $\bar{\sigma}_m^*$ ,  $\bar{\rho}^*$  und  $\bar{\theta}^*$  des projizierten effektiven Spannungstensors in der fiktiven isotropen Konfiguration formuliert. Die resultierende Fließfunktion ergibt sich zu

$$f(\bar{\sigma}^*, q_h(\alpha_p)) = \left( \frac{1 - q_h(\alpha_p)}{f_{\text{cu}}^{(1)2}} \left( \bar{\sigma}_m^* + \frac{\bar{\rho}^*}{\sqrt{6}} \right)^2 + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\bar{\rho}^*}{f_{\text{cu}}^{(1)}} \right)^2 + \frac{q_h^2(\alpha_p)}{f_{\text{cu}}^{(1)}} r_m \cdot m_0^* \left( \bar{\sigma}_m^* + r(\bar{\theta}^*, e) \frac{\bar{\rho}^*}{\sqrt{6}} \right) - r_c \cdot q_h^2(\alpha_p), \quad (4)$$

mit der spannungsäquivalenten Verfestigungsvariablen  $f_{\text{cy}}^{(1)} / f_{\text{cu}}^{(1)} \leq q_h \leq 1$ , welche wiederum von der verzerrungsäquivalenten Verfestigungsvariable  $\alpha_p$  angetrieben wird.

Die Parameter  $f_{\text{cy}}^{(1)}$ ,  $f_{\text{cu}}^{(1)}$  und  $m_0^*$  bezeichnen die Fließgrenze unter einaxialem Druck und die einaxiale Druckfestigkeit für die Belastungsrichtung normal zu den Schichtungsebenen und den Reibungsparameter für intaktes Gestein. Die Form der Fließfunktion in den deviatorischen Ebenen ist durch die Willam-Warneke Funktion  $r(\bar{\theta}^*, e)$  [10] gegeben, welche durch den Exzentrizitätsparameter  $0.5 \leq e \leq 1$  kontrolliert wird. Die Parameter  $r_m$  und  $r_c$  bezeichnen zwei empirische Abminderungsfaktoren für Reibung und Kohäsion zur Berücksichtigung von

Diskontinuitäten und Schwachstellen im Gebirge. Wie in [5] ausführlich beschrieben, werden diese gemäß [3] in Abhängigkeit des *Geological Strength Index* GSI und des *Disturbance Factors* D bestimmt.

Die von der Belastungsrichtung abhängige Entwicklung der plastischen Verzerrungen  $\varepsilon^{(p)}$  wird durch die nicht-assozierte Fließregel

$$\dot{\varepsilon}^{(p)} = \dot{\lambda} \frac{\partial g(\bar{\sigma}^*, q_h(\alpha_p))}{\partial \bar{\sigma}^*} : \frac{\partial \bar{\sigma}^*}{\partial \bar{\sigma}} = \dot{\lambda} \mathbb{P} : \frac{\partial g(\bar{\sigma}^*, q_h(\alpha_p))}{\partial \bar{\sigma}^*} \quad (5)$$

mit dem plastischen Potential  $g(\bar{\sigma}^*, q_h(\alpha_p))$  in Abhängigkeit des projizierten effektiven Spannungstensors  $\bar{\sigma}^*$  bestimmt. Die verzerrungsäquivalente Verfestigungsvariable  $\alpha_p$  wird mit dem Verfestigungsgesetz

$$\dot{\alpha}_p = \dot{\lambda} h(\bar{\sigma}^*, \alpha_p) \quad (6)$$

ebenfalls in Abhängigkeit des projizierten effektiven Spannungstensors formuliert. Die Verfestigungsfunktion  $h(\bar{\sigma}^*, \alpha_p)$  wird, wie in Gl. (38) in [4] ausführlich beschrieben, durch die Verfestigungsparameter  $A_h, B_h, C_h, D_h, G_h$  und  $H_h$  bestimmt.

## 2.2 Schädigungsformulierung

Sobald die Fließfläche voll verfestigt ist, d.h.  $q_h = 1$ , beginnt sich die Schädigungsvariable, ausgehend vom ungeschädigten Zustand  $\omega = 0$ , gemäß der Exponentialfunktion

$$\omega(\hat{\alpha}_d) = 1 - \exp\left(\frac{-\hat{\alpha}_d(\bar{\alpha}_d, \alpha_d)}{\varepsilon_f^{(1)}}\right) \quad (7)$$

zu entwickeln. Das Schädigungsgesetz (7) wird durch den Entfestigungsmodul  $\varepsilon_f^{(1)}$  für einaxialen Zug normal zu den Schichtungsebenen gesteuert und lässt sich anhand der spezifischen Mode I Bruchenergie  $G_{\text{fl}}^{(1)}$  für einaxialen Zug normal zu den Schichtungsebenen kalibrieren. Um die pathologische Netzabhängigkeit in Finite Elemente Simulationen im Nachbruchbereich zu reduzieren, wird eine über-nichtlokale implizite Gradienten-erweiterte Formulierung nach [8] verwendet. Für eine genauere Beschreibung der Entwicklung der über-nichtlokalen Entfestigungsvariablen  $\hat{\alpha}_d$  wird auf die Publikationen [4, 5, 6] verwiesen.

## 2.3 Modellkalibrierung

Die Materialparameter des TI-RDP Modells werden anhand von triaxialen Kompressionsversuchen an *Innsbrucker Quarzphyllit* [1] mit unterschiedlichen Umschnürungsdrücken und unterschiedlichen Belastungsrichtungen zu den Schichtungsebenen bestimmt. Für eine ausführlichere Beschreibung der Versuchsdurchführung, der Simulation und der Kalibrierung wird auf die Publikation [5] verwiesen. Die kalibrierten Materialparameter des TI-RDP Modells sind in Tabelle 1 gelistet.

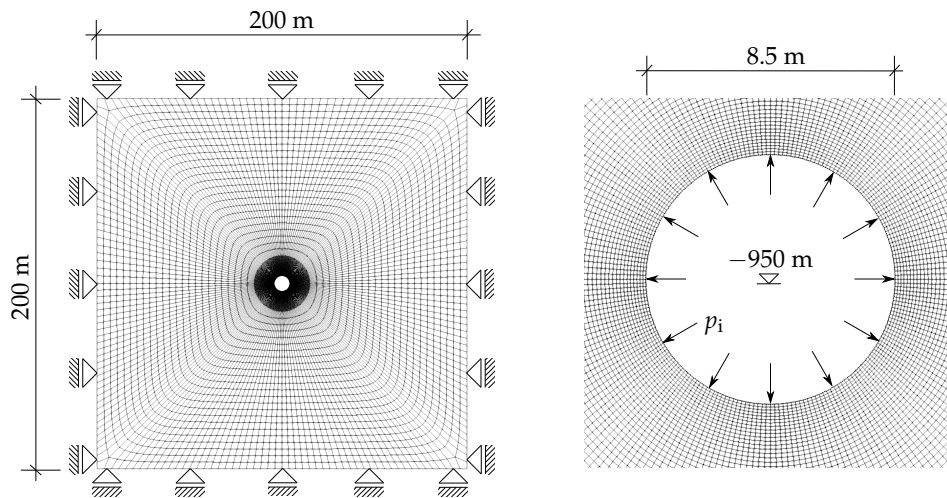
$E_1$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$\nu_{12}$ (-)	$\nu_{23}$ (-)	$G_{12}$ (MPa)	$f_{cu}^{(1)}$ (MPa)	$m_0^*$ (-)	$e$ (-)
45000	39000	0.254	0.165	17,000	63.91	19.98	0.51
$m_{g1}^*$ (-)	$f_{cy}^{(1)}$ (MPa)	$A_h$ (-)	$B_h$ (-)	$C_h$ (-)	$D_h$ (-)	$G_h$ (-)	$H_h$ (-)
6.77	25.5	$9.5 \times 10^{-3}$	$1.0 \times 10^{-3}$	8.817	$1.0 \times 10^{-6}$	0.0	1.529
$\gamma$ (-)	$\delta$ (-)	$A_s$ (-)	$B_s$ (-)	$\varepsilon_f^{(1)}$ (-)	$l$ (mm)	GSI (-)	D (-)
1.529	1.201	20	1	$3.4 \times 10^{-4}$	2.5	100	0

**Tabelle 1:** Für Innsbrucker Quarzphyllit kalibrierte Materialparameter des TI-RDP Modells

### 3 Numerische Studie

#### 3.1 Modellbeschreibung

Zur Demonstration der Auswirkungen transversal isotropen Gebirges auf die Verformungen einer Tunnellaubung wird das für *Innsbrucker Quarzphyllit* kalibrierte TI-RDP Modell im Rahmen von vereinfachten 2D Finite Elemente Simulationen eines Tunnelvortriebs ohne Sicherungsmaßnahmen angewendet. Die Geometrie, die Lagerungsbedingungen sowie die Diskretisierung des Berechnungsausschnitts sind in der Abbildung 1 dargestellt. Das FE-Modell



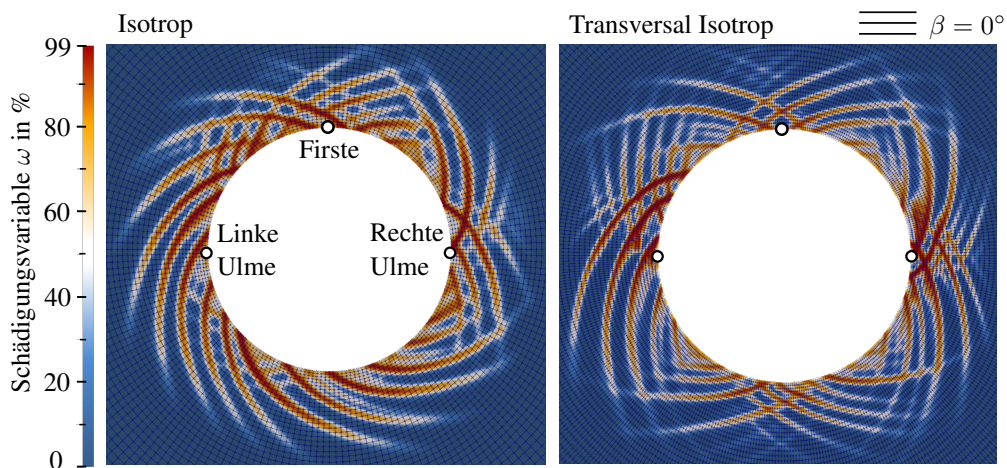
**Abbildung 1:** Geometrie, Lagerungsbedingungen und Diskretisierung des Berechnungsausschnitts für die vereinfachte 2D Simulation eines Tunnelvortriebs

besteht aus 48 980 8-knotigen finiten Elementen mit quadratischen Ansatzfunktionen und reduzierter Integration. Um lokalisiertes Verhalten im entfestigenden Bereich des Materialverhaltens zu initiieren, werden bei zufällig ausgewählten 20% der Elemente im näheren Umfeld des Tunnels die einaxiale Druckfestigkeit und einaxiale Fließgrenze normal zu den Schichtungsebenen um jeweils 5% reduziert. Zur Abbildung von lokalisierten Scherbändern wird

die Elementgröße im näheren Umfeld des Tunnels zu etwa 0.05 m gewählt. Der initiale Gebirgsdruck  $p_i^{(0)}$  wird aufgrund der hohen Überlagerung von 950 m als konstant über die Höhe des Modells mit  $p_i^{(0)} = 25.5$  MPa angesetzt. Der Tunnelvortrieb wird, wie in [5] ausführlich beschrieben, durch schrittweise Reduzierung des auf die Tunnellaubung wirkenden Drucks  $p_i$  (vgl. Abbildung 1) von  $p_i^{(0)}$  auf 0 simuliert.

### 3.2 Ergebnisse

Um den Einfluss des transversal isotropen Materialverhaltens auf das Verhalten von geschichtetem Gebirge zufolge eines Tunnelvortriebs ohne Sicherungsmaßnahmen zu zeigen, wird in Abbildung 2 als Ergebnis der 2D FE-Simulation die Verteilung der Schädigungsvariable  $\omega$  dargestellt, links das Ergebnis für isotropes Gebirge und rechts für horizontal geschichtetes, transversal isotropes Gebirge, also für den Neigungswinkel der Schichtung  $\beta = 0^\circ$ . Man erkennt, dass unabhängig davon, ob das Gebirge isotrop oder transversal isotrope Eigenschaften aufweist, zahlreiche Scherbänder prognostiziert werden, Sicherungsmaßnahmen mit Ausbaubögen, Felsankern und einer Spritzbetonschale also notwendig sind. Darauf wird in [7] ausführlich eingegangen. Wird das umliegende Gebirge ohne Berücksichtigung der Richtungs-

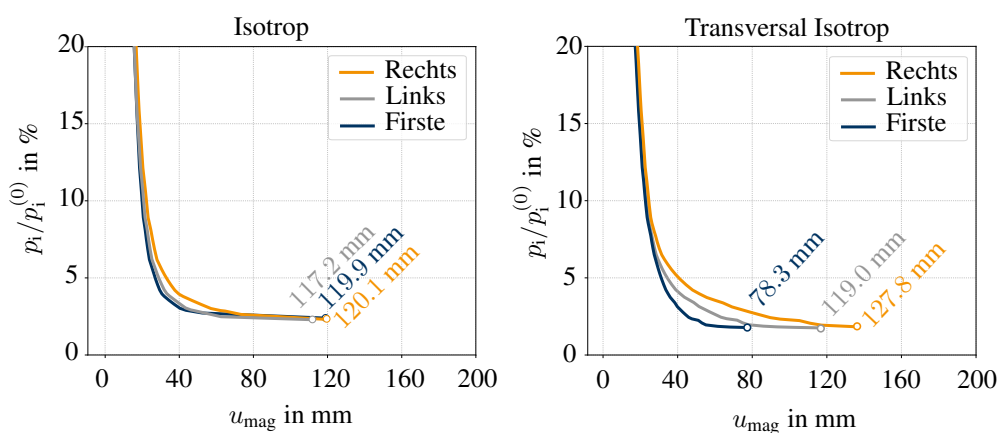


**Abbildung 2:** Verteilung der Schädigungsvariable  $\omega$  im Endzustand der Simulation des Tunnelvortriebs ohne Sicherungsmaßnahmen für isotropes Gebirge (links) und transversal isotropes Gebirge (rechts)

abhängigkeiten aus Mikro- und Makrostruktur des Gebirges, also isotrop modelliert, entwickeln sich Scherbänder gleichmäßig verteilt entlang des Tunnelquerschnitts (vgl. Abbildung 2 (links)). Im Gegensatz dazu geht aus Abbildung 2 (rechts) unter Berücksichtigung transversaler Isotropie im umliegenden Gebirge hervor, dass die Entwicklung der Scherbänder von den Materialhauptrichtungen des geschichteten Gebirges abhängt. Da sowohl die Steifigkeit als auch die einaxiale Druckfestigkeit normal zur Schichtung des *Innsbrucker Quarzphyllits* größer ist als parallel dazu (vgl. Tabelle 1), sind im Falle eines horizontal geschichteten Ge-

birges die Scherbänder an der linken und rechten Ulme des Tunnels wesentlich ausgeprägter als an der Firste und Sohle.

Betrachtet man die aus dem Tunnelvortrieb resultierenden Verschiebungen entlang der Tunnelaibung, so ist ebenfalls ein deutlicher Einfluss des transversal isotropen Materialverhaltens des Gebirges zu erkennen. In Abbildung 3 ist die Abnahme des normierten Drucks  $p_i/p_i^{(0)}$  während der Simulation des Ausbruchs in Abhängigkeit der auftretenden Verschiebungsmagnitude  $u_{\text{mag}}$  sowohl an der Firste als auch an den beiden Ulmen dargestellt. Links sind wieder die Ergebnisse für isotropes Gebirge und rechts die Ergebnisse für transversal isotropes Gebirge dargestellt. Bei isotroper Modellierung des Gebirges (Abbildung 3 (links))



**Abbildung 3:** Normierter Oberflächendruck  $p_i/p_i^{(0)}$  in Abhängigkeit der Verschiebungsmagnitude  $u_{\text{mag}}$  an der First, der linken und der rechten Ulme unter Berücksichtigung isotropen Materialverhaltens (links) und transversal isotropen Materialverhaltens (rechts) des Gebirges.

erhält man erwartungsgemäß ähnliche Verschiebungsmagnituden an den beiden Ulmen sowie an der Firste. Die kleinen Abweichungen der Verschiebungen an den Ulmen im Vergleich zur Firstverschiebung von 2,4 % links und 0,2 % rechts ergeben sich aufgrund der zufällig verteilten geschwächten Elemente im Nahbereich des Tunnels. Betrachtet man hingegen die Ergebnisse unter Berücksichtigung des transversal isotropen Materialverhaltens des Gebirges (Abbildung 3 (rechts)), ist ein deutlicher Unterschied zwischen den Verschiebungen an den beiden Ulmen und der Firstverschiebung von 34 % bis 39 % ersichtlich. Die wesentlich kleinere Firstverschiebung von 78,3 mm ergibt sich aufgrund des steiferen Materialverhaltens und der höheren Festigkeit normal zur Schichtung des *Innsbrucker Quarzphyllits*, wodurch Schädigungsprozesse an der Firste erst unter höheren Beanspruchungen einsetzen als an den beiden Ulmen.

## Literatur

- [1] BLÜMEL, M. : *Prüfprotokolle Laborversuche: Druckversuche Anfahrstutzen Ahrntal*. 2014. – Technischer Bericht, Institut für Felsmechanik und Tunnelbau TU Graz: Graz,

Austria

- [2] BOEHLER, J. P.: Equilibre limite des sols anisotropes. In: *Journal de Mecanique* 9 (1970), Nr. 1, S. 5–33
- [3] HOEK, E. ; BROWN, E. T.: Empirical Strength Criterion for Rock Masses. In: *Journal of the Geotechnical Engineering Division* 106 (1980), Nr. 9, S. 1013–1035. <http://dx.doi.org/10.1061/AJGEB6.0001029>. – DOI 10.1061/AJGEB6.0001029. – Publisher: American Society of Civil Engineers
- [4] MADER, T. ; SCHRETER, M. ; HOFSTETTER, G. : A gradient enhanced transversely isotropic damage plasticity model for rock - formulation and comparison of different approaches. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 46 (2022), Nr. 5, S. 933–960. <http://dx.doi.org/10.1002/nag.3327>. – DOI 10.1002/nag.3327. – ISSN 1096–9853
- [5] MADER, T. ; SCHRETER, M. ; HOFSTETTER, G. : On the Influence of Direction-Dependent Behavior of Rock Mass in Simulations of Deep Tunneling Using a Novel Gradient-Enhanced Transversely Isotropic Damage–Plasticity Model. In: *Applied Sciences* 12 (2022), Nr. 17 - Special Issue: Structural Mechanics of Rocks and Rock Masses, S. 8532. <http://dx.doi.org/10.3390/app12178532>. – DOI 10.3390/app12178532. – ISSN 2076–3417
- [6] MADER, T. ; SCHRETER, M. ; HOFSTETTER, G. : An advanced constitutive model for transversely isotropic rock - Evaluation of two different regularization approaches. In: *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* 1124 (2023), Nr. 1, S. 012115. <http://dx.doi.org/10.1088/1755-1315/1124/1/012115>. – DOI 10.1088/1755-1315/1124/1/012115. – ISSN 1755–1315
- [7] SCHRETER, M. ; NEUNER, M. ; UNTEREGGER, D. ; HOFSTETTER, G. : On the importance of advanced constitutive models in finite element simulations of deep tunnel advance. In: *Tunnelling and Underground Space Technology* 80 (2018), S. 103–113. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tust.2018.06.008>. – DOI 10.1016/j.tust.2018.06.008. – ISSN 0886–7798
- [8] SCHRETER, M. ; NEUNER, M. ; HOFSTETTER, G. : Evaluation of the Implicit Gradient-Enhanced Regularization of a Damage-Plasticity Rock Model. In: *Applied Sciences* 8 (2018), Nr. 6, S. 1004. <http://dx.doi.org/10.3390/app8061004>. – DOI 10.3390/app8061004. – ISSN 2076–3417
- [9] UNTEREGGER, D. ; FUCHS, B. ; HOFSTETTER, G. : A damage plasticity model for different types of intact rock. In: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 80 (2015), S. 402–411. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrmms.2015.09.012>. – DOI 10.1016/j.ijrmms.2015.09.012. – ISSN 1365–1609
- [10] WILLAM, K. ; WARNKE, E. : Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete. In: *E-Periodica* 92 (1995), Nr. 3, S. 311–318. <http://dx.doi.org/10.14359/1132>. – DOI 10.14359/1132