

Windenergieanlagen wirtschaftlich bemessen - Ein innovatives Nachweismodell zu klaffenden Segmentfugen unter Querkraft und Torsion

Lutz Loh¹, Andreas Garg²

¹Verheyen-Ingenieure

²Institute of Innovative Structures, HS Mainz

Zusammenfassung: Bei der Dimensionierung von Hybridtürmen für Windenergieanlagen stellt der Nachweis der Schubtragfähigkeit an den Segmentfugen eine besondere Herausforderung dar. Im Folgenden wird ein neues, wirtschaftliches und sicheres Nachweisverfahren für Kreisringquerschnitte anhand eines Anwendungsbeispiels vorgestellt.

1 Einleitung

Die erste zur Stromgewinnung genutzte Windenergieanlage (WEA) errichtete der Däne Poul La Cour 1885 mit einer Leistung von wenigen Kilowatt. Über 55 Jahre später, in den 1940er Jahren wurden die ersten Türme aus Ortbeton von der Firma F. L. Smidth mit einer Leistung von 50 kW bis 70 kW und einem Rotordurchmesser von 17,5 m bis 24 m errichtet. [3]

Im Laufe der Zeit wurden Windenergieanlagen größer, höher und leistungsstärker. 2019 wurde bereits eine Anlage mit einer Leistung von 12 MW errichtet. Insbesondere onshore wurden immer höhere Anlagen gebaut, um stärkere und kontinuierlichere Winde in größeren Höhen zu nutzen. Mit einer Nabenhöhe von 178 m ragt die derzeit höchste Anlage der Welt in Gaildorf bei Stuttgart in den Himmel. Errichtet wurde diese Anlage auf einem sogenannten Hybridturm. [4]

Hybridtürme bestehen aus einem Stahlbetonschaft, auf dem ein Stahlrohrturm aufgesetzt wird. Für onshore WEA mit Nabenhöhen größer 100 m stellt dies oft die wirtschaftlichste Bauform dar. Der Betonschaft wird in der Regel aus Stahlbetonfertigteilen zusammengesetzt und in vertikaler Richtung vorgespannt. Sein Querschnitt ist meist rotationssymmetrisch mit ebenen Horizontalfugen, die trocken gefügt sind.

2 Bemessung überdrückter und klaffender Segmentfugen

2.1 Grundsätzliche Überlegungen

Das in diesem Aufsatz präsentierte Nachweismodell wurde ausführlich in [5] entwickelt und verifiziert. Auf eine erneute Herleitung wird an dieser Stelle verzichtet. Die grundsätzlichen Überlegungen, die zu diesem Model geführt haben, werden aber nachfolgend aufgeführt, ehe auf die Nachweisführung selbst anhand eines Anwendungsbeispiels eingegangen wird.

Es gilt die Theorie dünnwandiger Querschnitte. Alle Schubspannungen wurden über das Mittellinienmodell ermittelt. Schubspannungen wirken ausschließlich wandparallel. Zur Veranschaulichung der grundsätzlichen Überlegungen sei ein segmentierter Stab mit vollständig und gleichmäßig überdrückten Fugen gegeben. Für ein kleines Torsionsmoment mit geringen Schubbeanspruchungen kann ein partielles Gleiten im Fugenquerschnitt aufgrund des gewöhnlich hohen Reibwiderstands ausgeschlossen werden. Folglich ist der segmentierte Stab nicht von einem monolithischen Stab zu unterscheiden. Im Falle eines wölbfreien Querschnitts stellen sich infolge Torsion demnach ausschließlich primäre Torsionsschubspannungen ein. Die Torsionstragfähigkeit der Fuge kann hier direkt über den bekannten Torsionsschubfluss und den Schubwiderstand im Fugenquerschnitt berechnet werden.

Erfährt der Stab eine zusätzliche Biegebeanspruchung werden die Fugenquerschnitte ungleichmäßig überdrückt. Solange der Querschnitt noch nicht klafft, liegt weiterhin ein geschlossener Querschnitt zur Schubübertragung vor. Allerdings können in der Biegedruckzone höhere Schubspannungen übertragen werden als in der Biegezugzone. Für kleine Torsionsmomente stellen sich erneut ausschließlich primäre Torsionsschubspannungen ein, bis die minimale aufnehmbare Schubspannung aus Reibung in der Biegezugzone erreicht wird. Steigt das Torsionsmoment um einen Wert ΔM_T über diesen Punkt hinaus an, beginnt der Querschnitt im Bereich der Biegezugzone zu Gleiten. Der Zuwachs des Torsionsmoments ΔM_T muss über den noch haftenden Fugenbereich abgetragen werden und lagert sich zur Biegedruckzone hin um. Durch diesen Umlagerungsprozess ist die Bedingung der Wölbfreiheit nicht mehr gegeben. Qualitativ vergrößert sich der Bereich des partiellen Gleitens mit einer Steigerung des Torsionsmoments stetig, bis schlussendlich die kontaktierenden Segmente in ein globales Gleiten übergehen. Hierbei wächst der Anteil des sekundären Torsionsmoments am Gesamttorsionsmoment immer weiter an.

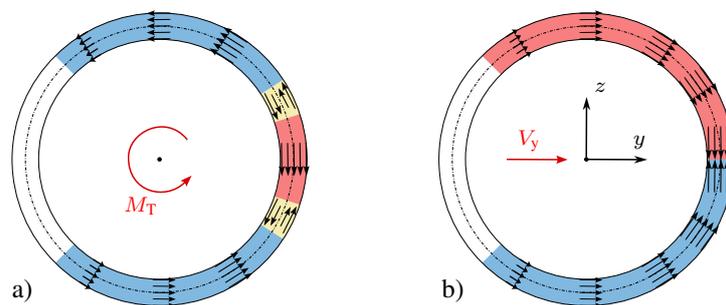


Abbildung 1: Umgelagerte Schubflüsse im klaffenden Fugenquerschnitt:
a) infolge Torsion, b) infolge Querkraft

Für klaffende Fugenquerschnitte, bei denen der überdrückte Restquerschnitt nicht wölbfrei ist, stellen sich gemäß [5] nahezu ausschließlich sekundäre Torsionsschubspannungen ein. Qualitativ vollzieht sich auch hier der gleiche Umlagerungsprozess, wie bei vollständig überdrückten Fugen. Der resultierende Torsionsschubfluss im klaffenden Fugenquerschnitt kann in vereinfachter Form Abbildung 1 a) entnommen werden. Das Torsionswiderstandsmoment erhält man durch Integration des Schubflusses. Eine Näherungslösung für Kreisringquerschnitte wird in Abschnitt 2.4 vorgestellt. Die gleichen Überlegungen können auch auf Querkräfte übertragen werden. Der resultierende Querkraftschubfluss ist in Abbildung 1 b) dargestellt. Eine genaue Lösung für die Querkrafttragfähigkeit ist in Abschnitt 2.5 angegeben.

2.2 Eingangsdaten für das Anwendungsbeispiel

Zur Veranschaulichung des hier vorgestellten Nachweismodells dient ein Anwendungsbeispiel, welches nachfolgend vorgestellt wird. Es gilt, die Torsions- und Querkrafttragfähigkeit $M_{T,R}$ und $V_{y,R}$ einer horizontalen Fuge im Turm einer Windenergieanlage zu bestimmen. Der Turm der Windenergieanlage hat einen Kreisringquerschnitt, der aus trocken gestoßenen Stahlbetonfertigteilen zusammengesetzt ist. Im betrachteten Fugenquerschnitt weisen die Segmente einen mittleren Radius von $r_m = 2,8$ m und eine Wandstärke von $t = 0,2$ m auf. Die Segmente sind beide aus einem Beton der Festigkeitsklasse C50/60. Der Bewehrungsgrad geht nicht in die Berechnung ein. Die Fugenflächen sind eben und werden als sehr glatt angesetzt. Gemäß DIN EN 1992-1-1 [1] Abschnitt 6.2.5 (2) wird ein Reibbeiwert von $\mu = 0,5$ angenommen. Infolge Vorspannung und Eigengewicht wirkt eine Normalkraft $N = -50$ MN (Druck ist negativ) auf die Fuge ein. Zudem liegen infolge einseitig auf den Rotor wirkender Böen ein Biegemoment $M_z = 110$ MNm, eine Querkraft $V_y = 3$ MN sowie ein Torsionsmoment $M_T = 7$ MNm im Fugenquerschnitt vor. Alle angesprochenen Informationen sind in Abbildung 2 zusammengefasst.

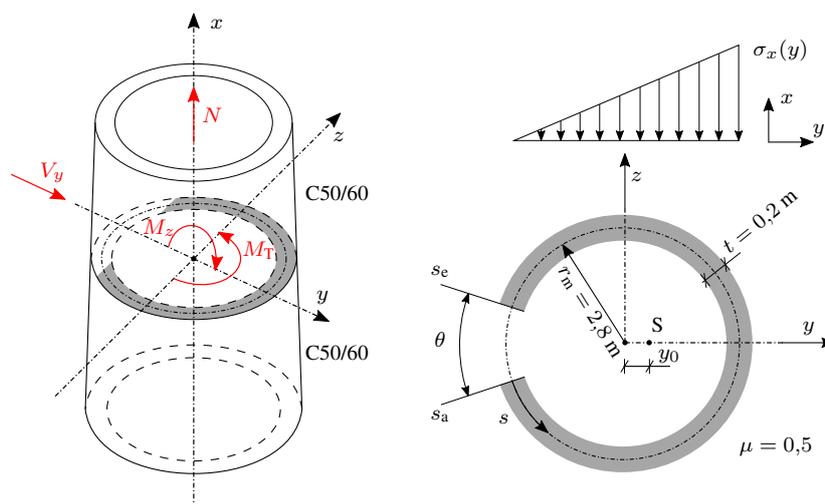


Abbildung 2: Anwendungsbeispiel zu einer Segmentfuge

2.3 Querschnittswerte des überdrückten Fugenbereichs

Bevor die Tragfähigkeit des rechts in Abbildung 2 dargestellten Fugenquerschnitts berechnet werden kann, müssen die Querschnittswerte des überdrückten Fugenbereichs ermittelt werden. Allgemein können die Koordinaten der Wandungsmittellinie des überdrückten Fugenbereichs mit der Laufvariable s und dem Öffnungswinkel θ wie folgt bestimmt werden:

$$y_s(s, \theta) = -r_m \cdot \cos\left(\frac{s}{r_m} + \frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$

$$z_s(s, \theta) = -r_m \cdot \sin\left(\frac{s}{r_m} + \frac{\theta}{2}\right) \quad (2)$$

Die Querschnittsfläche kann bei konstanter Wandstärke t mit Gleichung 3 berechnet werden.

$$A(\theta) = r_m \cdot t \cdot (2\pi - \theta) \quad (3)$$

Der Schwerpunkt des überdrückten Fugenbereichs entspricht bei vollständig überdrückter Fuge dem Koordinatenursprung. Liegt eine klaffende Fuge vor, beschreiben y_0 und z_0 seine exzentrische Lage. Beim Kreisringquerschnitt gemäß Abbildung 2 ergibt sich z_0 aufgrund der Symmetrie automatisch zu null, während y_0 zu

$$y_0(\theta) = \frac{2 \cdot r_m \cdot \sin \frac{\theta}{2}}{2\pi - \theta} \quad (4)$$

berechnet wird. Das Flächenmoment 2. Ordnung, bezogen auf die Biegeachse z , kann für den überdrückten Fugenbereich mit Gleichung 5 ermittelt werden.

$$I_z(\theta) = \frac{r_m^3 \cdot t \left(-4 + (\theta - 2\pi)^2 + 4 \cdot \cos \theta + (\theta - 2\pi) \cdot \sin \theta \right)}{4\pi - 2\theta} \quad (5)$$

Für eine lineare Normalspannungsverteilung in xy -Ebene können nun die Normalspannungen $\sigma(s, \theta)$ an jeder Stelle s infolge Normalkraft und Biegemoment wie folgt berechnet werden:

$$\sigma(s, \theta) = \frac{M_z + N \cdot y_0(\theta)}{I_z(\theta)} \cdot \left(y_0(\theta) - y_s(s, \theta) \right) + \frac{N}{A(\theta)} \quad (6)$$

Die vorgestellten Gleichungen 1 bis 6 sind vom zunächst noch unbekanntem Fugenöffnungswinkel θ abhängig. Mit der Bedingung, dass $\sigma(s_a, \theta > 0) = 0$ ist, erhält man die Iterationsgleichung 7 für den gesuchten Öffnungswinkel θ .

$$\theta_{n+1} = 2 \cdot \arccos\left(\frac{-I_z(\theta_n) \cdot N - A(\theta_n) \cdot y_0(\theta_n) \cdot M_{z,\text{tot}}}{A(\theta_n) \cdot r_m \cdot M_{z,\text{tot}}}\right) \quad (7)$$

$$\text{mit: } M_{z,\text{tot}} = M_z + N \cdot y_0(\theta_n)$$

Angewandt auf das Anwendungsbeispiel ergeben sich folgende Werte:

1. Iterationsschritt

Annahme: $\theta_1 = 90^\circ \equiv 1,6 \text{ rad}$

$$A(\theta_1) = 2,8 \cdot 0,2 \cdot (2\pi - 1,6) = 2,64 \text{ m}^2$$

$$y_0(\theta_1) = \frac{2 \cdot 2,8 \cdot \sin\left(\frac{1,6}{2}\right)}{2\pi - 1,6} = 0,84 \text{ m}$$

$$I_z(\theta_1) = \frac{2,8^3 \cdot 0,2 \left(-4 + (1,6 - 2\pi)^2 + 4 \cdot \cos(1,6) + (1,6 - 2\pi) \cdot \sin(1,6)\right)}{4\pi - 2 \cdot 1,6} = 6,29 \text{ m}^4$$

$$M_{z,\text{tot}} = 110 - 50 \cdot 0,84 = 68,01 \text{ MNm}$$

$$\theta_2 = 2 \cdot \arccos\left(\frac{6,29 \cdot 50 - 2,64 \cdot 0,84 \cdot 68,01}{2,64 \cdot 2,8 \cdot 68,01}\right) = 2,5 \text{ rad} \equiv 142^\circ \neq \theta_1$$

2. Iterationsschritt

...

$$\theta_3 = 2,9 \text{ rad} \equiv 169^\circ \neq \theta_2$$

3. Iterationsschritt

...

$$\theta_4 = 3,1 \text{ rad} \equiv 179^\circ \neq \theta_3$$

4. Iterationsschritt

$$A(\theta_4) = 2,8 \cdot 0,2 \cdot (2\pi - 3,1) = 1,77 \text{ m}^2$$

$$y_0(\theta_4) = \frac{2 \cdot 2,8 \cdot \sin\left(\frac{3,1}{2}\right)}{2\pi - 3,1} = 1,77 \text{ m}$$

$$I_z(\theta_4) = \frac{2,8^3 \cdot 0,2 \left(-4 + (3,1 - 2\pi)^2 + 4 \cdot \cos(3,1) + (3,1 - 2\pi) \cdot \sin(3,1)\right)}{4\pi - 2 \cdot 3,1} = 1,35 \text{ m}^4$$

$$M_{z,\text{tot}} = 110 - 50 \cdot 1,77 = 21,49 \text{ MNm}$$

$$\theta_5 = 2 \cdot \arccos\left(\frac{1,35 \cdot 50 - 1,77 \cdot 1,77 \cdot 21,49}{1,77 \cdot 2,8 \cdot 21,49}\right) = 3,14 \text{ rad} \equiv 180^\circ \approx \theta_4 \quad \checkmark$$

2.4 Torsionstragfähigkeit

Die Torsionstragfähigkeit einer Segmentfuge mit Kreisringquerschnitt kann gemäß [5] mit Gleichung 8 ermittelt werden.

$$M_{T,R} = -\mu \cdot (N \cdot r_m + M) \cdot \eta_T(\zeta) \geq -\frac{\mu \cdot N \cdot t \cdot \eta_T(\zeta)}{3} \quad (8)$$

Der Abminderungsbeiwert $\eta_T(\zeta)$ berücksichtigt die Materialausnutzung. Bei einem Wert von $\eta_T(\zeta) = 1$ begrenzt allein der Reibwiderstand im Fugenquerschnitt das Torsionswiderstandsmoment. Für Werte $\eta_T(\zeta) < 1$ wird das Torsionswiderstandsmoment auch durch die Materialfestigkeit der fugenangrenzenden Segmente begrenzt.

Für die Berechnung von $\eta_T(\zeta)$ werden die zulässigen Schubspannungen infolge Reibung $\tau_{zul,\mu}$ und infolge des Materials $\tau_{zul,mat}$ an den Punkten s_a und $s_e/2$ benötigt. $\tau_{zul,mat}$ beschreibt hierbei die zulässigen in Fugenebene wirkenden Schubspannungen unter der Annahme eines zweiachsialer Spannungszustands in den fugenangrenzenden Segmenten. Die hierfür benötigte Normalspannung $\sigma(s, \theta)$ an der Stelle s kann mit Gleichung 6 bestimmt werden. Da bereits festgestellt wurde, dass eine klaffende Fuge vorliegt, gilt $\tau_{zul,\mu}(s_a) = 0$, da auch die Normalspannung $\sigma(s_a, \theta > 0)$ am Übergang zum klaffenden Fugenbereich null ist. Die Berechnung von $\tau_{zul,\mu}(s_e/2)$ gestaltet sich wie folgt:

$$\sigma(s_e/2, \theta) = \frac{110 - 50 \cdot 1,77}{1,35} \cdot (1,77 - 2,8) - \frac{50}{1,77} = -44,67 \text{ MPa}$$

$$\tau_{zul,\mu}(s_e/2) = \mu \cdot |\sigma(s_e/2, \theta)| = 0,5 \cdot 44,67 = 22,34 \text{ MPa}$$

Die Querschnittskordinate $y_s(s, \theta)$ kann mit Gleichung 1 ermittelt werden, wobei diese für den Punkt $s = s_e/2$ immer gleich dem mittleren Radius r_m ist.

Die zulässigen Schubspannungen des Betons in Fugenebene $\tau_{zul,mat}$ können zum Beispiel mit dem Versagenskriterium von Speck [2] und dem Mohr'schen Spannungskreis bestimmt werden. Eine händische Ermittlung über den Formelapparat ist allerdings nicht praktikabel. Empfehlenswert ist hier eine grafische Ermittlung, wie in Abbildung 3 dargestellt.

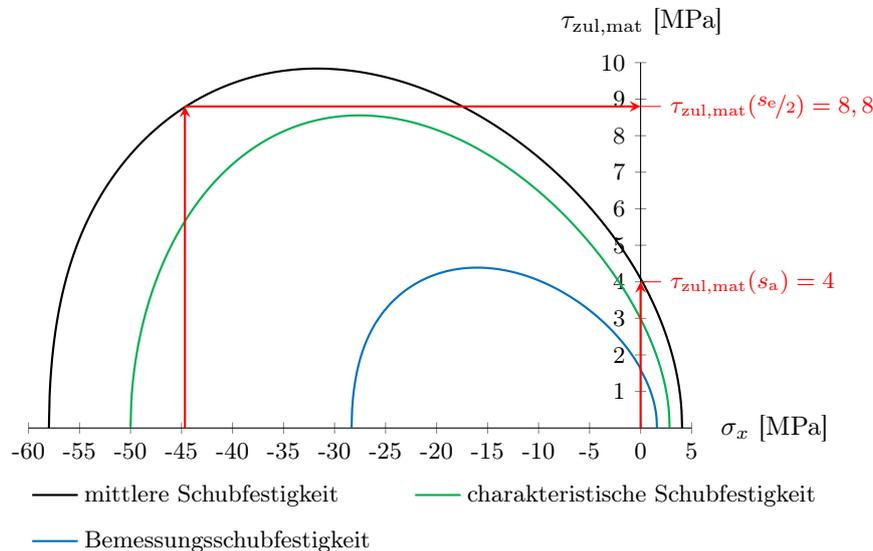


Abbildung 3: Schubfestigkeit eines Betons der Festigkeitsklasse C50/60 - Transformation der zweiachsialen Druck-Zug-Festigkeit

Mit den zulässigen Schubspannungen kann nun das in $\eta_T(\zeta)$ eingehende ζ wie folgt berechnet werden. Es gilt $\zeta \geq 0$:

$$\zeta = \frac{\tau_{zul,\mu}(s_e/2) - \tau_{zul,mat}(s_e/2)}{\tau_{zul,\mu}(s_e/2)} = \frac{22,34 - 8,8}{22,34} = 0,61 \geq 0 \quad \checkmark$$

Für die Berechnung des Abminderungsfaktors $\eta_T(\zeta)$ wird in drei Fälle unterschieden. Für nähere Informationen sei auf [5] verwiesen. Das vorliegende Anwendungsbeispiel erfüllt die Bedingungen für den Fall 2. Demnach wird $\eta_T(\zeta)$ wie folgt berechnet:

$$\eta_T(\zeta) = \eta_{T,2}(\zeta) = 1 - \zeta^2 = 1 - 0,61^2 = 0,63$$

Nun kann die Torsionstragfähigkeit $M_{T,R}$ mit Gleichung 8 ermittelt werden.

$$M_{T,R} = -0,5 \cdot (-50 \cdot 2,8 + 110) \cdot 0,63 = 9,49 \text{ MNm} \geq \frac{0,5 \cdot 50 \cdot 0,2 \cdot 0,63}{3} \quad \checkmark$$

Der Nachweis der Torsionstragfähigkeit mit

$$\frac{M_{T,E}}{M_{T,R}} = \frac{7}{9,49} = 0,74 \leq 1 \quad \checkmark$$

ist damit erfüllt.

2.5 Querkrafttragfähigkeit

Die Querkrafttragfähigkeit einer Segmentfuge $V_{y,R}$ kann mit Gleichung 9 berechnet werden.

$$V_{y,R} = \frac{r_m \cdot t \cdot \mu \cdot \eta_V(\zeta) \cdot \cos(\theta/4)^2}{0,5 \cdot A \cdot I_z} \cdot \left[M_{z,tot} \cdot A \cdot (r_m - 2 \cdot y_0 - r_m \cdot \cos(\theta/2)) - 2 \cdot I_z \cdot N \right] \quad (9)$$

Die Querkrafttragfähigkeit von Segmentfugen wird durch den Abminderungsbeiwert $\eta_V(\zeta)$ begrenzt. Die zulässigen Schubspannungen $\tau_{zul,\mu}$ und $\tau_{zul,mat}$ an den Stellen s_a und $s_e/2$ wurden bereits in Abschnitt 2.4 bestimmt. Der Abminderungsbeiwert $\eta_V(\zeta)$ berechnet sich für den Fall 2 zu

$$\eta_V(\zeta) = \eta_{V,2}(\zeta) = 1 - \zeta^{1,6} = 1 - 0,61^{1,6} = 0,45$$

Für das Anwendungsbeispiel ergibt sich demnach eine Querkrafttragfähigkeit von:

$$V_{y,R} = \frac{2,8 \cdot 0,2 \cdot 0,5 \cdot 0,45 \cdot \cos(3,14/4)^2}{0,5 \cdot 1,77 \cdot 1,35} \cdot \left[21,49 \cdot 1,77 \cdot (2,8 - 2 \cdot 1,77 - 2,8 \cdot \cos(3,14/2)) + 2 \cdot 1,35 \cdot 50 \right] = 12,73 \text{ MN}$$

Der Nachweis der Querkrafttragfähigkeit mit

$$\frac{V_{y,E}}{V_{y,R}} = \frac{3}{12,73} = 0,24 \leq 1 \quad \checkmark$$

ist damit erfüllt.

2.6 Vollständige Schnittgrößeninteraktion

Wie in diesem Aufsatz vorgestellt, gehen in die Torsions- und Querkrafttragfähigkeit die einwirkenden Schnittgrößen N und M ein. Da die Materialfestigkeit in der Nachweisführung berücksichtigt wird, ist im vorgestellten Nachweis der Torsions- und Querkrafttragfähigkeit auch ein Normalspannungsnachweis enthalten. Würden beispielsweise die Normalspannungen infolge N und M die Betondruckfestigkeit übersteigen, wird ζ zu eins, wodurch $\eta_T(\zeta)$ und $\eta_V(\zeta)$ zu null werden, was wiederum auch $M_{T,R} = V_R = 0$ setzt. Somit stellt eine Interaktionsgleichung der in [5] entwickelten Torsions- und Querkrafttragfähigkeit eine Interaktion aller Schnittgrößen dar. Von den Autoren wird eine lineare Interaktion beider Schubbeanspruchungen empfohlen.

$$\frac{M_{T,E}}{M_{T,R}} + \frac{V_E}{V_R} = 0,74 + 0,24 = 0,98 \leq 1 \quad \checkmark$$

3 Fazit

Eine Verifikation des zugrunde liegenden Modells kann [5] entnommen werden. Wie oben präsentiert, ist die Nachweisführung für die händische Handhabung geeignet, wobei ein automatisierter Gebrauch beispielsweise mit Microsoft Excel sicherlich effizienter ist. Dadurch ist das präsentierte Nachweismodell nicht nur geeignet, die Schubtragfähigkeit von Segmentfugen mit Kreisringquerschnitt zu ermitteln, die Nachweisführung ist auch deutlich einfacher und schneller als eine Berechnung mit Finiten Elementen. Somit ist dieses Nachweismodell nicht nur für die statische Berechnung von Windenergieanlagen interessant, sondern auch für ihre Vordimensionierung und Prüfung.

Literatur

- [1] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: *DIN EN 1992-1-1 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken*. Beuth, 2011
- [2] (FIB) fédération internationale du b.: *Model Code for Concrete Structures 2010*. Ernst Sohn, 2013
- [3] HAU, E. : *Windkraftanlagen: Grundlagen. Technik. Einsatz. Wirtschaftlichkeit*. Springer-Verlag, 2017
- [4] HAUTMANN, D. : *Windkraft neu gedacht: Erstaunliche Beispiele für die Nutzung einer unerschöpflichen Ressource*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2020
- [5] LOH, L. : Zum Torsionstragverhalten vorgespannter Segmenttürme - Ein Nachweismodell für überdrückte und klaffende Segmentfugen mit Kreisringquerschnitt. In: *Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Bergische Universität Wuppertal* (2023), Nr. 27