

# Formen entwickeln

**Julian Lienhard**

*FG Tragwerksentwurf, Universität Kassel*

**Zusammenfassung:** Die Formfindung als deterministischer Optimierungsprozess von Tragwerksgeometrien ist in der Praxis nur in wenigen Sonder- und Leichtbaustrukturen relevant. Die Methoden und Softwarelösungen können jedoch vielfältig im Tragwerksentwurf eingesetzt werden, um den Form-Struktur-Dialog zwischen Architektur und Tragwerk zu befruchten. Nach einer grundlegenden Vorstellung von FE-basierten Formfindungsansätzen wird am Beispiel des Pneumatischen Daches am Sparkassenplatz Imst und dem Deutschen Pavillon für die Expo Osaka 2025 dargestellt, wie Tragwerksformen im Dialog gefunden werden können.

## 1 Einleitung

### 1.1 Formfindung und Leichtbau

Leichtbau als optimierte und materialsparende Typologie kann heutzutage nicht mehr ausschließlich auf strukturgetriebene Formen beschränkt werden. Digitale Fertigungsprozesse und die steigenden technischen Anforderungen in komplexen architektonischen und bauphysikalischen Randbedingungen spielen eine zu bedeutende Rolle, als dass allein strukturelle Aspekte den Entwurfsprozess dominieren könnten. Daher sollte das Zusammenspiel von Kraft und Form idealerweise innerhalb flexibler Parameter definiert werden, anstatt in einem starren Rahmen deterministischer Optimierungsprozesse.

Im klassischen Leichtbau ist die Konstruktion grundlegend von dem Prinzip geprägt, dass der Kraftfluss die Form bestimmt. Insbesondere bei Schalen- und Membranstrukturen wird der Begriff "Formfindung" verwendet, um einen Optimierungsprozess zu beschreiben, in dem physikalische Randbedingungen zu einer eindeutigen geometrischen Lösung führen. Im Gegensatz zur herkömmlichen Strukturanalyse handelt es sich bei der Formfindung um ein inverses Verfahren, bei dem der Endzustand der Spannungen vorgegeben und die zugehörige Gleichgewichtsform bestimmt wird. Anders als bei konventionellen Entwurfsverfahren handelt es sich bei der Formfindung um einen deterministischen Prozess, bei dem die Festlegung der physikalischen Randbedingungen zu einer einzigen Lösung führt. Aus einer

rein mechanischen Perspektive lässt sich die Formfindung somit als Optimierungsprozess definieren, bei dem ein vorgegebenes Sollspannungsfeld die Suche nach der entsprechenden geometrischen Form lenkt. Im Tragwerksentwurf wird der Begriff Formfindung in der Regel mit formaktiven Strukturen assoziiert, bei denen die Formfindung automatisch eine auf dem Strukturverhalten basierende Formoptimierung einschließt.

Im Gegensatz dazu zeigt das architektonische Entwerfen und das wachsende Interesse an parametrischen Entwurfsansätzen das Potenzial eines nicht-deterministischen Prozesses, bei dem die Form nicht durch strukturelle Kriterien vorgegeben, sondern informiert wird. Ein zeitgemäßer Ansatz im Leichtbau versucht daher, beide Perspektiven zu verbinden, indem Formfindungs- und Analysemethoden entwickelt werden, die das volle Potenzial sowohl der rechnerischen Analyse als auch des Entwurfes ausschöpfen [1].

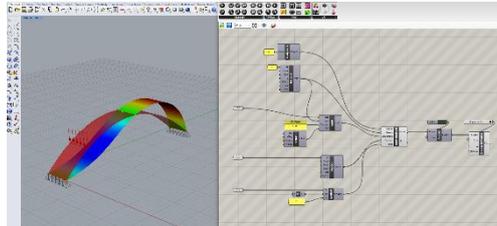
## 1.2 Computerbasierte Methoden

Der Einsatz computerbasierter Analysemethoden bei der Formfindung von Leichtbaustrukturen ermöglicht eine nahtlose Integration der Formfindungsergebnisse in die nachfolgende Strukturanalyse sowie den computergestützten Entwurfs- und Fertigungsprozessen. Es existiert eine Vielzahl unterschiedlicher Analysemethoden die je nach Anwendungsbereich in verschiedenen Branchen eingesetzt werden. Hierbei bieten Finite-Elemente-Methode (FEM) und vektorbasierte Methoden, insbesondere Masse-Feder-Systeme (MSS), bewährte Ansätze. Die FEM ermöglicht durch ihre universelle Anwendbarkeit auf unterschiedlichste geometrische Formen und Lasten eine vollständige mechanische Beschreibung des Systems. Die Möglichkeit, Schalen-, Balken-, Seil-, Kopplungs- und Federelemente frei zu kombinieren, erlaubt eine präzise Simulation der physikalischen Eigenschaften des Systems, sofern nichtlineare Gleichungslöser und Materialansätze in der Software integriert sind.

Die FEM erweist sich insbesondere beim Entwurf von Leichtbaustrukturen als vorteilhaft, da sie eine umfassende mechanische Beschreibung des Systems ermöglicht. Die Möglichkeit, verschiedene Elemente frei zu kombinieren, eröffnet die Simulation exakter physikalischer Eigenschaften, vorausgesetzt, entsprechende Formfindungslöser sind verfügbar. Das Baukastenprinzip der FEM, bei dem eine kontinuierliche Struktur durch eine endliche Anzahl von Elementen dargestellt wird, gewährleistet ihre universelle Anwendbarkeit auf verschiedene geometrische Formen und Lasten.

Die Nutzung dieses Potenzials wirft neue Fragen zur Rolle des Bauingenieurs und seinen Arbeitsmethoden auf. Angesichts der Vielfalt an Möglichkeiten stellt sich die Frage, welche Kriterien für die Entwicklung eines funktionalen und effizienten Struktursystems gelten. Eine vielversprechende Lösung könnte in der Integration der FEM als Formfindungswerkzeug in frühen Entwurfsphasen liegen, was die Vereinigung mehrerer Entwurfs- und Simulationsumgebungen erfordert. Hier bieten isogeometrische Analysemethoden einen völlig neuen Ansatz für numerische Simulationswerkzeuge dar. Das Konzept der Isogeometrischen Analyse (IGA) basiert auf der direkten Nutzung der im CAD standardisierten NURBS (Non Uniform Rational B-Spline) Geometriebeschreibung für digitale Simulationsverfahren [2]. In der Tragwerksplanung bedeutet dies die Durchführung von Finite-Elemente-Analysen am CAD-Geometriemodell. Im Gegensatz zur klassischen FE-Analyse kann auf jegliche Methoden zur Überführung des Architekturmodells (CAD-Modell) in das Ingenieurmodell (i.d.R. FE-Polygonnetzmodell) - umgangssprachlich oft als

„Vernetzung“ der CAD-Geometrie bezeichnet - verzichtet werden und Entwurf (Architektur) und Analyse (Tragwerksplanung) erfolgen auf der gleichen mathematischen Grundlage. [3]



**Abbildung 1:** Isogeometrische Analyse (IGA) direkt auf der CAD-Geometrie (NURBS) innerhalb der CAD Softwareumgebung unter Verwendung des PlugIns Kiwi3d.

## 2 Geometrischer Steifigkeit

Ein fundamentales Prinzip der Formfindung in der FEM basiert auf der Möglichkeit, die Materialsteifigkeit einzelner Elemente und Elementgruppen vorübergehend zu verändern. Diese Methode, bekannt als Steifigkeitsmatrixmethode oder genauer als geometrische Steifigkeitsmethode, hat sich insbesondere bei der Formfindung von Membranstrukturen bewährt. Sie kann jedoch als allgemeiner Ansatz zur Formfindung in verschiedenen Kontexten verwendet werden. Ein Beispiel hierfür ist die Software Sofistik, ein implizites nichtlineares 3D-Finite-Elemente-Tool, das einen iterativen impliziten FEM-Ansatz mit Newton-Raphson-Iteration nutzt, um zu vorspannungsgesteuerten Formen zu konvergieren.

### 2.1 Formfindungsmethode mit geometrischer Steifigkeit

Geometrische Steifigkeitsmethoden sind materialunabhängig, wobei nur die geometrische Steifigkeit  $K_g$  in die Gleichgewichtsformel eingeht. Dies wird durch die Eliminierung der elastischen Steifigkeitsmatrix  $K_e$  erreicht, wenn der Elastizitätsmodul  $E$  vorübergehend auf Null gesetzt wird. Infolgedessen verschwindet die elastische Steifigkeit und die tangentialsteifigkeit basiert ausschließlich auf dem Verhältnis von Vorspannung zu Länge. Dieser Effekt wird deutlich, wenn man die grundlegende Gleichung eines Stabelements betrachtet, welches in Gleichung (1) dargestellt ist.

$$\left( \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{P_x}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

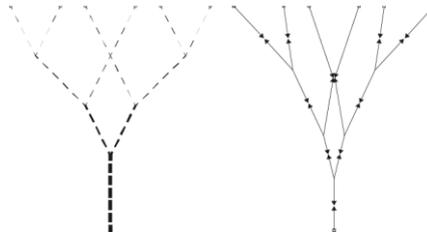
<del><math>\frac{EA}{l}</math></del>	$\frac{P_x}{l}$
Elastische Steifigkeit = 0 mit $E = 0$	Geometrische Steifigkeit mit $P_x > 0$

In dem in Gl. (1) dargestellten Stabelement hat die Materialsteifigkeit keinen Einfluss auf das Verhalten des elastischen Stabes, der somit nur durch seine Länge  $l$  und die Axialkraft  $P_x$  definiert ist. Als solches kann das Element als richtungslose Last verwendet werden, die durch die Größe der Vorspannung  $P_x$  und das Verhalten der benachbarten Elemente, mit

denen es verbunden ist, definiert ist. Ein solches Element kann zum Beispiel verwendet werden, um verzweigte Stabsysteme wie baumstützen zu bilden, welche wie in Abbildung 2 dargestellt zu druckoptimierten Lastpfaden führen.

*Eingabeparameter:*

- : Auflager
- 6-4-2-1: Topologie
- : Kraft 1,2,4,6

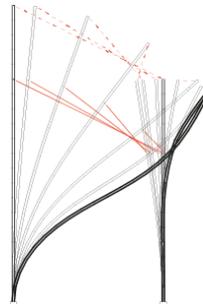


**Abbildung 2:** Formfindung einer Baumstütze mit der geometrischen Steifigkeitsmethode. Links: Eingabegeometrie mit Vorspannung ( $P_x$ ) in den Stäben bemessen an der Summe der von oben anschließenden Stäbe. Rechts: Formfindungsergebnis. [4]

Die gleichen kontrahierenden Elemente können für die Formfindung von biegeaktiven Strukturen verwendet werden, bei denen die Biegeelemente durch elastische Seile verbunden sind. Wenn die Endlagen der Verschiebungen unbekannt sind, ist eine Definition der Biegeform über Knotenverschiebungen praktisch nicht möglich. Die hier verwendeten Seilelemente sind richtungslose Lasten, bei denen die Vorspannung durch Belastungsiterationen schrittweise erhöht wird, was eine einfache Möglichkeit zur komplexen Formfindung biegeaktiver Strukturen darstellt (siehe Abbildung 3).

*Eingabeparameter:*

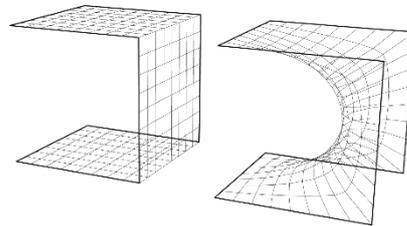
- : Auflager
- || : Balkenelement mit Länge L und Steifigkeit EI
- : Vorspannseil: richtungslose Last



**Abbildung 3:** Formfindung eines biegeaktiven Systems aus unterschiedlich langen eingespannten Masten, welche an der Spitze und an einem zusätzlichen inneren Punkt verbunden sind. [4]

Für die Formfindung von Membranelementen werden Schalenelemente verwendet, die nur die Membrankräfte berücksichtigen. Auch hier wird bei der Methode der geometrischen Steifigkeit die elastische Steifigkeit der Schalenelemente vorübergehend auf Null gesetzt. Bei der Vorgabe einer isotropen Vorspannung wird diese Methode auch als Seifenfilmanalogie bezeichnet [5]. Flächen, die mit homogener isotroper Vorspannung geformt werden, sind Minimalflächen; ein Beispiel ist in Abbildung 4 dargestellt.

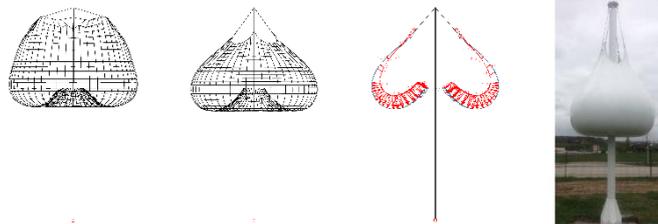
Eingangsparameters:  
 | : lineare Auflager  
 + : Schalenelemente; Vorspannung



**Abbildung 4:** Formfindung einer isotropen Membranfläche mit Hilfe der geometrischen Steifigkeitsmethode in FEM am Beispiel der Scherk'schen Minimalfläche [4]

Die Methode der geometrischen Steifigkeit kann mit externen Lasten wie Luftdruck, Wasserdruck oder Eigengewicht kombiniert werden. Luftdruck führt zur Formfindung von klassischen pneumatischen Strukturen. Der Wasserdruck ist ein Sonderfall, bei dem die Last mit der Höhe zunimmt, wie bei dem textilen Wassersack in Abbildung 5 zu sehen ist. Sowohl der Luft- als auch der Wasserdruck stehen immer senkrecht zur Oberfläche, so dass eine Aktualisierung der lokalen Koordinatensysteme während der Formfindungsiterationen erforderlich ist.

Eingangsparameter:  
 □ : Auflager  
 + : Schalenelemente;  
 Vorspannung  
 ↓↓ : Druck



**Abbildung 5:** Formbestimmender Lastfall: Wasserinnendruck eines textilen Wassersacks [4]

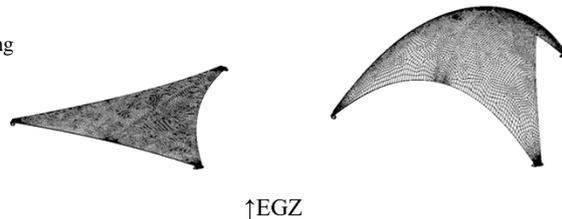
Formaktive Druckschalen können durch die Kombination von verteilten Flächenlasten (z. B. Eigengewicht) und Vorspannung formgefunden werden. Für die Formfindung der Druckschale in Abbildung 6 wurde eine Schleife mit inkrementellen Lastschritten verwendet, um das Eigengewicht des Systems schrittweise zu erhöhen und gleichzeitig die Materialsteifigkeit der Schalenelemente zu steigern. So wird nur in der ersten Iteration die Methode der geometrischen Steifigkeit für die großen Verformungen im System verwendet und konvergiert dann zu einer Kompressionsschale mit realen Materialeigenschaften. Dieser Formfindungsansatz für Druckschalen auf der Grundlage des Eigengewichts ist möglich, weil doppelt gekrümmte Schalen eine Vielzahl von äußeren Lasten durch reine Membranwirkung tragen können, wobei formgebende und real auftretende Lastfälle unterschiedlich sein können [6].

Eingangsparameter:

□ : Auflager

† : Schalenelemente, Vorspannung

↑ : Richtung des Eigengewichtes

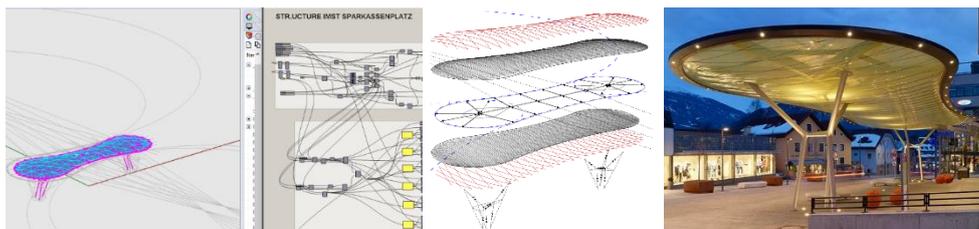


**Abbildung 6:** Formfindung einer Druckschale mit der Methode der geometrischen Steifigkeit in Kombination mit dem Eigengewicht [4]

### 3 Fallbeispiele

#### 3.1 Dach am Sparkassenplatz Imst, A

Das pneumatische Dach am Sparkassenplatz Imst (Österreich) von Architekturhalle und structure GmbH ist eine 350 Quadratmeter große, freistehende pneumatische Dachkonstruktion, die für die extrem hohen Schneelasten des alpinen Standortes ausgelegt ist. Das Dach besteht aus pneumatisch vorgespannten Membranen, die mit einem Seilnetz kombiniert sind, um die Form und die maximalen Membrankräfte in der ETFE-Folie zu kontrollieren. Die innere Balkenstruktur wurde zur Minimierung der Biegung optimiert, indem Länge und Richtung der Balken im verzweigten System mit der Methode der geometrischen Steifigkeit bestimmt wurden. Für den Entwurf des Daches und der inneren Balkenstruktur wurden mehrere Formfindungsroutinen in ein parametrisches Modell integriert (siehe Abbildung 7). Die Stützgeometrie und Trägerorientierung basiert hier auf dem Prinzip der Baumstütze analog zu Abbildung 2. Die Formfindung des Pneus wird mit innerem Luftdruck analog zur Methode in Abbildung 5 durchgeführt.

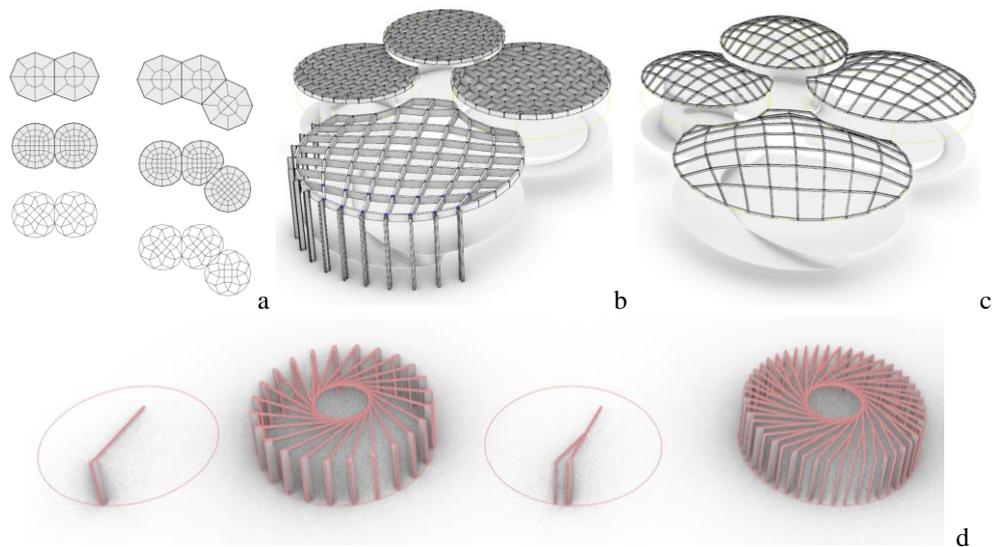


**Abbildung 7:** Parametrische Formfindung und Analyse von Stahltragwerk und TFE-Kissens mit beidseitigem Seilnetz

#### 3.2 Deutscher Pavillon Expo Osaka 2025

Gemeinsam mit den Architekten von LAVA Berlin und der structure GmbH wurde die Holzkonstruktion für die ineinander greifenden Zylinder des deutschen Expo Pavillons Osaka 2025 entwickelt. Aufgrund der hohen Erdbebenlasten in Japan wurde besonderes Augenmerk auf eine möglichst leichte Dachmitte gelegt. Es wurde eine Reihe von

Formfindungsansätzen getestet, um pneumatische Dächer, Stabwerksschalen und ebene Dächer mit möglichst gleichmäßigen Balkenabständen zu vergleichen (Abbildung 8). Nach mehreren Iterationen entwickelte sich das Dach zu einem reziproken Tragwerk mit ETFE-Pneu in der zentralen Öffnung (Abbildung 9).



**Abbildung 8:** Auswahl aus der Form- und Strukturentwicklung des Dachtragwerkes. a: Vernetzung verschnittener Zylinder mit ähnlichen Stablängen, b: Trägerrost, c: Stabwerksschale, d: Entwicklung von reziproken Rahmen.



**Abbildung 9:** Verschnittene Zylinder des Zentralen Ausstellungsbereiches mit reziproker Dachstruktur

## 4 Ausblick

Die häufig geäußerte Befürchtung, dass die Integration von Ingenieursoftware in digitale Entwurfswerkzeuge die Arbeit des Ingenieurs entbehrlich machen könnte, scheint unangebracht. Vielmehr stehen Ingenieure vor spannenden neuen Herausforderungen, indem sie ihr Basiswissen über Struktur und Form in parametrische Entwurfsprozesse einerseits und die Simulation hochkomplexer Strukturen und Details andererseits integrieren. Im Idealfall kann dies zu natürlich integrierten Struktur-Formbildungs- und Produktionsbeziehungen bei Entwurf und Detaillierung von Strukturen führen: beide Aspekte waren schon immer wesentlich für den Leichtbau.

Die rechnergestützte Analyse ist dann nicht mehr nur ein notwendiges Werkzeug, um komplexe Architektur zu analysieren und ihr eine Dimension zu geben, sondern kann vielmehr ein integraler Bestandteil des Entwurfsprozesses sein, wenn die Form zumindest in einigen grundlegenden Aspekten durch die in der Softwareumgebung des Ingenieurs simulierte Physik beeinflusst werden kann.

## Literatur

- [1] Lienhard, J. (2016): The Potentials of Parametrics in the Design of Modern Lightweight Structures. GAM 12, pp. 40–55.
- [2] T. J. R. Hughes, J. A. Cottrell, and Y. Bazilevs, 'Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement', Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 194, no. 39–41, pp. 4135–4195, Oct. 2005.
- [3] P. Längst, A. M. Bauer, A. Michalski, and J. Lienhard, 'The Potentials of Isogeometric Analysis Methods in Integrated Design Processes', in Interfaces: architecture.engineering.science, Hamburg, 2017.
- [4] Lienhard, J. Herrmann, M. (2016): Finding Form. In Boegle (ed.) Perspectives in Metropolitan Research 2: Passion for Built Environment, JOVIS 2017
- [5] Bellmann, J. (1998): Membrantragwerke und Seifenhaut – Unterschiede in der Formfindung Bauingenieur 73, pp. 118–123.
- [6] Bletzinger K.U. et al. (2005): Computational methods for form finding and optimization of shells and membranes. Computational Methods Applied Mechanical Engineering. 194, pp. 3438–3452.