

# **Ist das angewandte Baustatik oder kann das weg?**

**Martina Matzen, Steffen Roth, Jascha Reeg, Eric Wente**

*bde GmbH, Stuttgart*

**Zusammenfassung:** Ist die theoretische Baustatik altmodisch? Oder wird sie trotz moderner Computerstatik weiterhin gebraucht? Anhand von ausgewählten Praxis-Beispielen wird gezeigt, wie das Baustatik-Wissen zur Beurteilung des Tragverhaltens, zur Verifizierung numerischer Ergebnisse und als Hilfsmittel für den Tragwerksentwurf nicht aus der Mode kommt. Es gilt, die Computerstatik ist nur so gut wie der/die Ingenieur\*in vor dem Rechner.

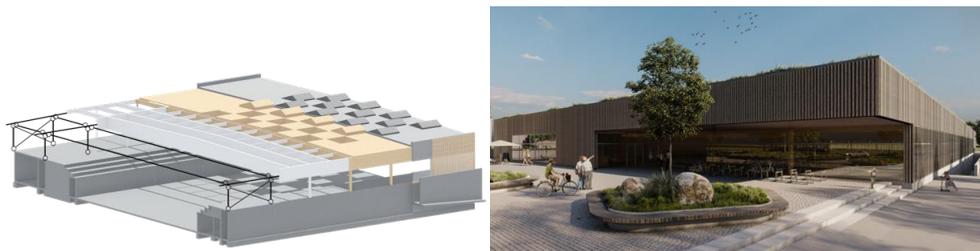
## **1 Baustatik in Lehre und Praxis**

In den Vorlesungen über Baustatik werden auch heute an Universitäten und Hochschulen noch Verfahren gelehrt, die manchmal wie aus der Zeit gefallen wirken. Es geht dabei um alte Handrechenmethoden, wie das Kraftgrößenverfahren zur Ermittlung der Schnittgrößen in statisch unbestimmten Systemen. Benötigen wir dieses Wissen noch, in Zeiten in denen wir Konferenzbeiträge wie diesen hier mit Hilfe künstlicher Intelligenz fast wie von selbst schreiben lassen könnten? Dürfen diese Verfahren im digitalen Zeitalter endgültig aus den Lehrplänen gestrichen werden? Ein Argument für diese alten Verfahren ist häufig, dass sie als Denkwerkzeug in der Praxis noch immer gute Dienste leisten. In diesem Beitrag soll daher aus der Perspektive von Tragwerksplaner\*innen untersucht werden, wo einerseits diese Methoden und das theoretische Wissen über Mechanik und Statik auch heute noch den Alltag erleichtern können und wo andererseits aber auch deren Grenzen liegen können. Hierfür wurden vier Beispiele aus der Praxis ausgewählt, an denen wir versuchen, die Frage der Überschrift zu beantworten: „Ist das angewandte Baustatik oder kann das weg“?

## **2 Kraftgrößenverfahren im Tragwerksentwurf**

Im ersten Beispiel geht es um den Tragwerksentwurf einer Sporthalle. Im Vordergrund des Gesamtkonzepts stand das Bauen im Kontext mit ressourcenbewussten Technologien, werkstoffgerechtem Materialeinsatz und effizienten Tragwerkslösungen.

Für das Tragwerk des dargestellten Entwurfs wurde im Wesentlichen der Werkstoff Holz eingesetzt, vgl. Abbildung 1. Lediglich im Bereich des Untergeschosses und der erdberührten Kellerwände sowie aus brandschutztechnischen Gründen wurde auf die konventionelle Stahlbetonbauweise zurückgegriffen. Das statische System der Dachkonstruktion ist sehr einfach gehalten. Satteldachförmige Brettschichtholzbinde überspannen sowohl die Hallenfläche wie auch die angrenzenden Tribünenbereiche. Im nördlichen Teil der Sporthalle sind Aufenthaltsräume angeordnet, welche von weiteren Brettschichtholzbinde überspannt werden.

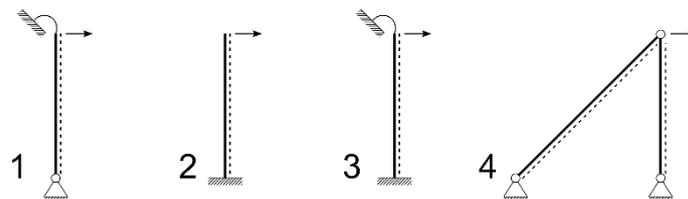


**Abbildung 1:** Tragwerk und Außenansicht des Entwurfs

Im Rahmen des Vorentwurfes wurden unterschiedliche Aussteifungssysteme untersucht. Die Parameter zur Bewertung der Aussteifungssysteme waren dabei im Wesentlichen durch die Steifigkeit des Systems und der daraus resultierenden Kopfauslenkung unter Lasteinwirkung bestimmt. Hinsichtlich der Verträglichkeit mit der Fassadenkonstruktion wurde dies als entscheidungsrelevantes Kriterium bewertet.

In einem weiteren Schritt wurden die statischen Systeme auf die in Abbildung 2 dargestellten Teilsysteme reduziert und vereinfacht. Für diese Teilsysteme wurde unter Anwendung grundlegender baustatischer Handrechenverfahren, wie dem Prinzip der virtuellen Kräfte (PvK) und dem Kraftgrößenverfahren (KV) die Kopfauslenkungen unter einer horizontal wirkenden Last ermittelt.

Die Relevanz dieser Methoden in der praktischen Anwendung wird besonders bei Betrachtung der beiden linken Teilsysteme ersichtlich. Beide Teilsysteme sind statisch bestimmt gelagert. Dadurch kann mit Hilfe des PvK in einer einfachen Handrechnung die Kopfauslenkung der Teilsysteme unter horizontaler Lasteinwirkung ermittelt werden.



**Abbildung 2:** Statische Systeme der Aussteifungsvarianten

Das Teilsystem 3 ist einfach statisch unbestimmt. Die Anwendung des KV in einer einfachen Überschlagsrechnung wird daher aufwendiger. Alternativ kann die Berechnung auch mit dem Verschiebungsgrößenverfahren (VV) erfolgen. Auch wenn die Durchführung des KV und

des VV sich bei diesem Beispiel nicht in einem einzelnen Formel Ausdruck darstellen lässt, umfasst die Handrechnung nur wenige Zeilen. Bei Teilsystem 4 handelt es sich analog zu 1 und 2 wieder um ein statisch bestimmtes Teilsystem. Daher liegt es nahe, die Berechnung der Verformung  $w$  mit Hilfe des PvK durchzuführen.

Das Ergebnis der Untersuchung sind die unterschiedlichen Kopfauslenkungen der gewählten Aussteifungssysteme, vgl. Tabelle 1. Auf Grundlage dieser Ergebnisse wurde hinsichtlich der Verträglichkeitsbedingungen das Aussteifungssystem gewählt.

	Teilsystem 1	Teilsystem 2	Teilsystem 3	Teilsystem 4
$F_{w,d}$	5,5 kN	5,5 kN	5,5 kN	25,75 kN
$w$	3,0 cm	3,0 cm	0,8 cm	0,5 cm

**Tabelle 1:** Berechnete Verschiebungen

Am gezeigten Beispiel ist gut erkennbar, dass mit einfachen Rechenverfahren aus der Baustatiklehre Aussteifungsvarianten berechnet und beurteilt werden können, ohne ein Berechnungsprogramm zu Hilfe gezogen zu haben.

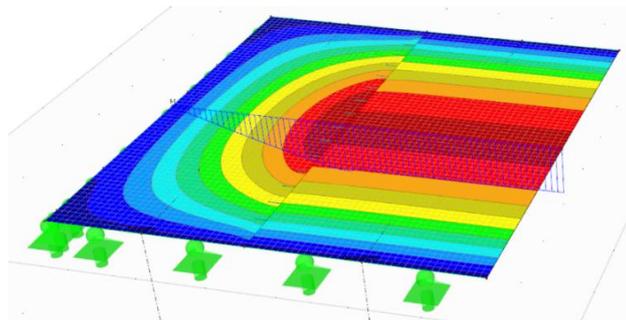
### 3 Kraftgrößenverfahren als Denkwerkzeug bei drillweichen Platten

Das zweite Praxisbeispiel stammt aus der Planung eines Wohnhauses mit vier aufgehenden Geschossen in Holz-Hybrid-Bauweise. Die Decken wurden dabei in Brettsperrholz (CLT) geplant und ausgeführt, die aufgrund der kreuzweisen Brettlagen und der ungeraden Anzahl an Lagen ein anisotropes Verhalten aufweisen und nur eine geringe Drillsteifigkeit besitzen. Die tragenden Wände wurden als Holzständer- oder als massive Brettsperrholzwände ausgeführt. Der aussteifende Kern sowie das Untergeschoss sind in Stahlbeton gefertigt. Aufgrund

Die Brettsperrholzdecken haben eine Spannweite von maximal 700 cm, die einzelnen Elemente haben eine durchschnittliche Breite von ca. 350 cm. Im Rahmen der Entwurfsplanung wurde untersucht, ob ein ein- oder zweiachsiger Lastabtrag der Decken berücksichtigt werden soll. Dies beeinflusst in erster Linie die Ausbildung der Fugen zwischen den einzelnen Brettsperrholzelementen. Für diese Untersuchung wurden zwei unterschiedliche Lagervarianten untersucht. Zum einen eine dreiseitig gelenkige Lagerung, bei der die beiden kurzen sowie eine lange Seite gelagert sind (zweiachsiger Lastabtrag, linke Platte). Zum anderen eine zweiseitig gelenkige Lagerung (einachsiger Lastabtrag, rechte Platte), bei der lediglich die beiden kurzen Seiten festgehalten werden. Die Berechnung erfolgt mit schubweichen Plattenelementen mit reduzierter Drillsteifigkeit. Die Platten sind untereinander nicht verbunden.

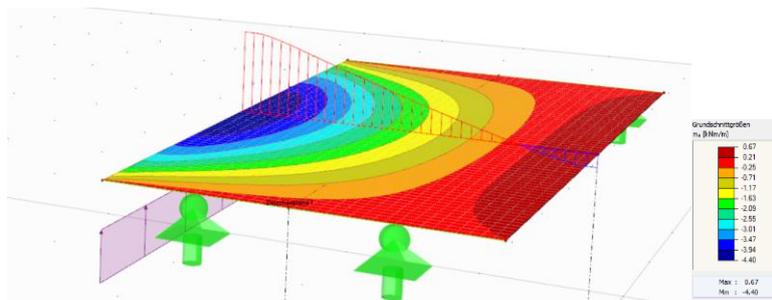
In Abbildung 3 sind der Momentenverlauf  $m_x$  (Farbverlauf) sowie die Durchbiegungen (Schnittlinie) der beiden Platten dargestellt. Dabei zeigt sich, dass bei der dreiseitig gelagerten Platte sowohl das Biegemoment als auch die Verformung am freien Rand größer sind als bei einer einachsigen gespannten Platte.

Um die zunächst unplausibel erscheinenden Ergebnisse zu verifizieren, wurden zwei verschiedene Vergleichsberechnungen durchgeführt. In einem ersten Schritt wurden die Ergebnisse für das Biegemoment am freien Rand der FEM-Berechnung mit den Ergebnissen der drillweichen Plattentafeln nach Stiglat/Wippel [1] verglichen. Auch wenn die hier vorhandene Decke ein anisotropes Verhalten aufweist (in den Plattentafeln nicht berücksichtigt), lässt sich mithilfe der Plattentafeln zumindest qualitativ feststellen, dass auch hier das Biegemoment am freien Rand der dreiseitig gelagerten Platte größer ist ( $m_x=q\ell^2/5,6$ ) als bei einer zweiseitig gelagerten Platte ( $m_x=q\ell^2/8$ ).



**Abbildung 3:** Platte 1 und 2: Momentenverlauf  $m_x$  (Farbe) und Verformung  $d_z$  (Schnitt)

In einer zweiten Vergleichsberechnung wurde das Prinzip des Kraftgrößenverfahrens von Stab- auf Flächentragwerke adaptiert. Als statisch Unbestimmte wird die Auflagerkraft senkrecht zur Ebene am langen Rand gewählt. Die Ergebnisse für das statisch bestimmte Grundsystem entsprechen der rechten, zweiseitig gelagerten Platte. Für den Einheitszustand wird eine Linienlast der Größe „1“ auf den linken freien Rand aufgebracht. Das System sowie die Ergebnisse für Moment sowie Verformung sind in Abbildung 4 dargestellt.



**Abbildung 4:** Platte 2: Momentenverlauf  $m_x$  (Farbe) und Verformung  $d_z$  (Schnitt) im Einheitszustand

Die Ermittlung der Flexibilitäten für das dargestellte System übersteigt die Möglichkeiten einer Handrechnung. Für die Interpretation der Ergebnisse genügen jedoch bereits die Ergebnisse aus dem statisch bestimmten Grundsystem sowie dem Einheitszustand. Da sich sowohl im Verschiebungs- als auch im Momentenverlauf des Einheitszustands ein Vorzeichenwechsel erkennen lässt, lassen sich die in Abbildung 3 gezeigten Ergebnisse erklären. Bei einer Überlagerung der beiden Zustände vergrößert sich das Ergebnis sowohl für die Verschiebung als auch für das Biegemoment  $m_x$  am freien Rand.

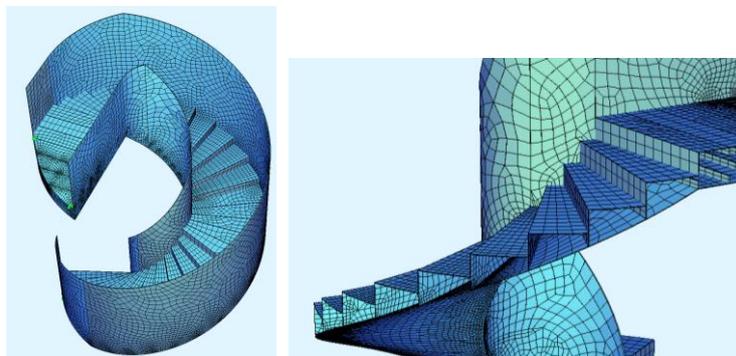
Auch hier zeigt sich, dass mit einfachen baustatischen Überlegungen, wie dem Aufbringen einer Einheitsersatzlast, Berechnungsergebnisse verifiziert werden können.

## 4 Interpretation der räumlichen Tragwirkung

Das dritte Beispiel behandelt die Tragwirkung einer gewendelten Stahlwangentreppe mit einem Außenradius von ca. 195 cm und einem Innenradius von ca. 60 cm. Der Treppenlauf dreht sich dabei vom unteren zum oberen Geschoss um annähernd  $360^\circ$ . Die Treppe ist an der unteren sowie der oberen Stufe linienförmig gelenkig gelagert, dazwischen trägt die Treppe als räumliches Tragwerk. Die Blechstärken variieren zwischen 5 und 10 mm. Das Modell ist sowohl im Ganzen als auch als Ausschnitt ohne die Außenwange in Abbildung 5 dargestellt.

Aufgrund des komplexen statischen Systems der Wendeltreppe ist die Tragwirkung der Treppe nicht auf den ersten Blick ersichtlich. Handelt es sich um eine Schale, die maßgeblich über Membrankräfte abträgt oder doch um ein biegedominiertes Tragverhalten?

Um dies genauer zu untersuchen, wurde ein baustatischer „Trick“ angewandt. Handelt es sich um eine reine Schalentragwirkung, entstehen ausschließlich Normalkräfte im Bauteil und die Verformung der Treppe hängt lediglich von der Dehnsteifigkeit  $EA$  ab. Handelt es sich jedoch um eine reine Biegebeanspruchung, hängt die Verformung ausschließlich von der Biegesteifigkeit  $EI$  ab.



**Abbildung 5:** Links: gesamtes FE-Modell, rechts: Ausschnitt ohne äußere Wange

Vergrößert man in einer Vergleichsrechnung also den E-Modul um den Faktor 10 und reduziert im gleichen Schritt die Blechdicke um den Faktor 10, bleibt die Dehnsteifigkeit  $EA$  unverändert. Der Faktor, um den hingegen die Biegesteifigkeit reduziert wird, beträgt 100. Anhand der Änderung der Verschiebung lässt sich somit eine Aussage über die Tragwirkung ableiten.

In diesem Beispiel beträgt die maximale Verformung der Treppe im Lastfall „Ausbaulast“ 0,169 mm. In der Vergleichsrechnung vergrößert sich dieser Wert auf 0,484 mm. Die Verschiebung vergrößert sich also etwa um den Faktor 2,86. Dieser Wert liegt näher an 1 als an 100, die Treppe trägt ihre Lasten somit tatsächlich maßgeblich über Membrankräfte ab.

Das Beispiel der komplexen Wendeltreppe zeigt, dass das baustatische Wissen über die Steifigkeitskennwerte einen einfachen Zugang zur Beurteilung der Tragwirkung ermöglicht.

## 5 Baudynamik und Baugrund

Wie bei den zuvor gezeigten Beispielen aus der Baustatik, können auch für baulynamische Untersuchungen und Berechnungen grundlegende Erkenntnisse aus der Analyse einfacher Systeme gewonnen werden.

Im Folgenden möchten wir uns einfachen Kragarmsystemen mit einem und mehreren Punktmassen widmen. Für den Einmassenschwinger kann die Eigenschwingzeit durch die simple analytische Formel  $T=2\pi\sqrt{m/K}$  ermittelt werden. Die Steifigkeit geht im Nenner ein, eine größere Steifigkeit führt demzufolge zu einer kleineren Eigenschwingzeit. Für die Erdbebenerrechnung mit dem Antwortspektrenverfahren, welches in der Praxis das gängigste Verfahren für Erdbebenanalysen darstellt, spielt die Eigenschwingzeit wiederum eine wesentliche Rolle. Aus den Antwortspektren von Bemessungserdbeben ist zu erkennen, dass für übliche Systeme eine kleinere Eigenschwingzeit meist zu größeren Systemantworten und demzufolge zu größeren Erdbebenbelastungen führt. Führt man diese beiden Punkte zusammen, kommt man zu der Aussage, dass eine größere Systemsteifigkeit im Allgemeinen eine größere Erdbebenbelastung mit sich bringt.

Um diese Aussage zu überprüfen, wurde im Zuge einer Masterthesis [2] der Einfluss von einzelnen Systemsteifigkeiten für die Erdbebenanalyse untersucht. Unter anderem wurde geprüft, welche Auswirkungen eine Drehfeder am Fuß eines Systems auf das Gesamtergebnis hat. Dies hat den Hintergrund, dass die Bauwerks-Bodeninteraktion in der Praxis oft nur unzureichend untersucht bzw. hinterfragt wird und eine simple Aussage wie oben, größere Steifigkeit führt zu größeren Erdbebenlasten, eine wertvolle Vereinfachung darstellen könnte.

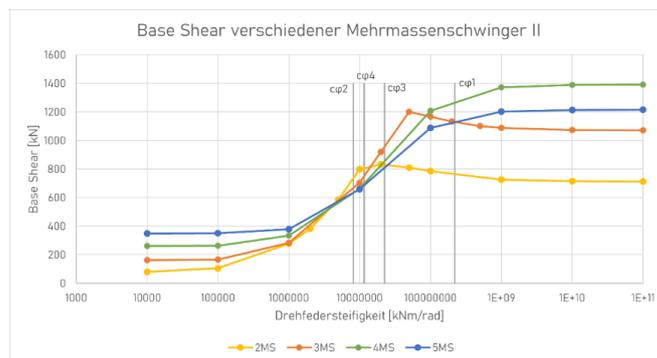
Für die Untersuchung wurden unterschiedliche Mehrmassenschwinger (2-6 schwingende Massenpunkte) mit variablen Fußpunkt-Drehfedern ausgestattet. Die Mehrmassenschwinger wurden mit möglichst realitätsnahen, aber gleichbleibenden Geschossmassen und -steifigkeiten belegt. In Abbildung 6 sind die analytischen Ergebnisse der Untersuchung grafisch dargestellt. Hierbei sind die überlagerten Gesamterdbebenkräfte (Base Shear) der vier verschiedenen Massenschwinger in Abhängigkeit der Fußpunktdrehfedersteifigkeiten abgebildet.

Aus der Grafik lassen sich zunächst zwei wesentliche Erkenntnisse ableiten. Zum einen ist global zu erkennen, dass wie vermutet große Drehfedersteifigkeiten zu größeren, kleine Drehfedersteifigkeiten zu kleineren Erdbebenlasten führen. Die anfangs getroffene Annahme wird somit einerseits bestätigt. Andererseits ist jedoch für die kleineren (und dadurch steiferen) Mehrmassenschwinger ein gewisser Drehfedersteifigkeitsbereich vorhanden, in welchem es genau umgekehrt verläuft. Hier führt eine zu klein gewählte Einspannung zu größeren Erdbebenlasten.

Um das Spektrum der untersuchten Drehfedersteifigkeiten einordnen zu können, wurden zusätzlich mithilfe unterschiedlicher baustatischer Vereinfachungen „reale“ Drehfedersteifigkeiten ermittelt. Hierfür wurden vier verschiedenen Gründungsvarianten mit unterschiedlichen Bodensteifigkeiten berücksichtigt, auf die genaue Herleitung wird an dieser Stelle nicht eingegangen. Die ermittelten Werte sind in der Grafik in grau mit dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die ermittelten Gründungssteifigkeiten genau den Bereich eingrenzen, in welchem die gewählte Drehfedersteifigkeit den größten Einfluss auf das Ergebnis hat. Eine falsch gewählte Gründungssteifigkeit kann somit große Auswirkungen auf die berechnete Erdbebenlast haben, sowohl aus sicherheitstechnischen als auch aus wirtschaftlichen Gesichtspunkten.

Durch die analytische Untersuchung konnte mithilfe vergleichsweise einfacher Modelle wichtige grundlegende Erkenntnisse für die Erdbebenanalyse gewonnen werden.

Für Erdbebenberechnungen in der Praxis werden neben solchen akademischen Untersuchungen heute jedoch kaum noch einfache analytisch zu berechnende Mehrmassenschwinger herangezogen. Im Regelfall werden aufwendige und komplexe Finite-Elemente-Modelle für die dynamische Analyse erstellt. Aufgrund immer komplexer werdender Systeme ist dies meist auch unumgänglich, um möglichst realitätsnahe Ergebnisse zu erhalten.



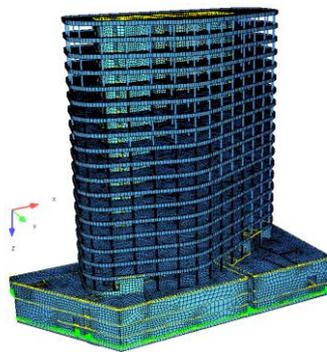
**Abbildung 6:** Base-Shear von Mehrmassenschwingern (2-6 Massenpunkt) bei variabler Einspannung

Die Untersuchungen an einfachen Mehrmassenschwinger haben jedoch gezeigt, dass schon bei einfachen Systemen gewisse Stellschrauben großen Einfluss auf das Ergebnis haben können. Aufgrund der Vielzahl an Möglichkeiten und Variablen bei komplizierten 3D-Modellen wie in Abbildung 7, nimmt die Variation an potenziell falschen Ergebnissen mit zunehmender Komplexität ebenfalls zu. Hier kommen zusätzlich Faktoren der Modellbildung hinzu, deren Einfluss sensibel untersucht und berücksichtigt werden sollte, bspw. Gelenkdefinitionen, Materialsteifigkeiten und die Modellierung bzw. Berücksichtigung einzelner Bauteile. Um die Ergebnisse dann noch verifizieren und einschätzen zu können, sind die grundlegenden Erkenntnisse aus einfachen Systemen, wie beispielsweise über den Einfluss einzelner Systemsteifigkeiten, unabdingbar.

Gleichzeitig sind die Erkenntnisse der einfachen Systeme nicht immer pauschal korrekt, wie die Zwischenhochs bei der zuvor beschriebenen Untersuchung ebenfalls gezeigt haben. Bei

großen Systemen treten zusätzliche Phänomene auf, die erst durch die komplexe Modellabbildung erkannt werden können. Im Gebäudemodell in Abbildung 7 führte beispielsweise eine gering gewählte Bettung zu größeren Gesamterdbebenkräften, da die sehr massereichen Untergeschosse stärker mitschwingen. Für die aussteifenden Bauteile der Obergeschosse wiederum führte diese Modellierung zu geringeren Belastungen, da die Obergeschosse durch die geringe Bettung weniger angeregt wurden.

Grundsätzlich sind die Erkenntnisse aus der Untersuchung einfacher Systeme daher auch für Berechnungen in der Praxis übertrag- und nutzbar, sollten jedoch besonders bei Analysen komplexer Systeme kritisch hinterfragt und möglichst anhand Parameterstudien gegengeprüft werden.



**Abbildung 7:** Gebäudemodell

## 6 Zusammenfassung

Für alltägliche Fragestellungen kann festgehalten werden, dass die Baustatik Werkzeuge liefert, mithilfe derer zum Teil schnell aussagekräftige Antworten erarbeitet werden können. Sobald komplexere Tragwerke in vereinfachte Teilsysteme aufgegliedert werden, können diese mit überschaubarem Zeitaufwand in statischer Hinsicht untersucht werden. Auch wenn durch die Komplexität und Größe der Bauwerke diesen Werkzeugen Grenzen gesetzt sind, bieten sie dennoch und besonders im Entwurfsprozess eine Möglichkeit, schnell Aussagen treffen zu können. Hierfür sind jedoch die ausführlichen Kenntnisse der in der Baustatiklehre vermittelten Methoden und Theorien unentbehrlich.

## Literatur

- [1] STIGLAT, K.; WIPPEL, H.; Platten, dritte überarbeitete Auflage. Ernst & Sohn, Berlin, München, 1983
- [2] REEG, J.; Erdbebenberechnung - Sensitivitätsanalyse der Systemsteifigkeit, Master-Thesis, Hochschule für Technik Stuttgart, Juli 2022