

Optimierung und additive Fertigung von ressourceneffizienten Modellbrückenkörpern

Daniela Masarczyk¹, Tizian Arold², Thomas Niendorf², Detlef Kuhl¹

¹Institut für Baustatik und Baudynamik, Universität Kassel

²Institut für Werkstofftechnik, Universität Kassel

Zusammenfassung: Der vorliegende Beitrag skizziert den Design- und Fertigungsprozess gestaltoptimierter Modellbrückenkörper mit dem Ziel Perspektiven für künftige Brückendesigns zu demonstrieren. Methoden der numerischen Strukturoptimierung mit besonderer Berücksichtigung des Eigengewichts werden zum Designentwurf eingesetzt. Aufgrund der freien Formgebung ist die additive Fertigung, eng. „additive manufacturing“ (AM), zur Umsetzung der Strukturen besonders geeignet. Das Vorgehen bei der Erstellung des Strukturentwurfs sowie dessen Umsetzung im Modellmaßstab mithilfe AM werden präsentiert.

1 Motivation Formfindung mit Eigengewicht

Im Kontext nachhaltigen Bauens sowie vor dem Hintergrund erheblich gestiegener Preise für Baumaterialien [15] stellt der Entwurf ressourceneffizienter Tragstrukturen eine bedeutende Aufgabe dar. Der Entwurfsprozess kann durch Methoden der numerischen Strukturoptimierung unterstützt werden, welche einen im Hinblick auf eine bestimmte Struktureigenschaft optimierten Strukturentwurf liefern, der als Grundlage für deren detailliertere Ausgestaltung dient. In dieser Studie wird der Designentwurf mithilfe einer Topologieoptimierung erstellt, wobei insbesondere die Strukturbelastung infolge Eigengewicht berücksichtigt wird. Die freie Formgebung der resultierenden Strukturen prädestiniert diese für die Umsetzung mithilfe AM.

Im Bauwesen werden Strukturen zu einem erheblichen Anteil durch ihr Eigengewicht belastet, welches in vielen Fällen die durch äußere Faktoren aufgebrachte Belastung deutlich übersteigt. Somit ist dessen Berücksichtigung im Rahmen der Strukturoptimierung unerlässlich. Bei der Betrachtung von Brückenkörpern wird deutlich, dass diese infolge ihres Eigengewichts eine erhebliche Biegebelastung erfahren. Dies soll anhand des Beispiels der Moselgoldbrücke in Abb. 1 illustriert werden, die durch ihr Eigengewicht sowie durch

einen fahrenden Bus belastet ist. Das Brückendeck ist als Biegebalken mit einer Länge von $L = 557$ m modelliert, dessen Eigengewicht als Gleichstreckenlast mit einem Wert von $q^{\text{sw}} = 1.0 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-1}$ abgeschätzt ist, während der Bus durch eine Einzelkraft mit einem Wert von $F^{\text{bus}} = 2.0 \cdot 10^5 \text{ N}$ abgebildet wird. Aus der kombinierten Belastung resultiert der halb-logarithmisch dargestellte Biegemomentenverlauf, die gestrichelte Linie kennzeichnet den Beitrag der Verkehrslast. Es ist zu beobachten, dass die Biegebelastung des Brückenkörpers überwiegend durch sein Eigengewicht hervorgerufen wird. Große Biegemomente stellen eine kritische Beanspruchung dar und sind beim Strukturentwurf zu vermeiden. Somit ist beim Entwurf optimierter Tragstrukturen deren Eigengewicht maßgeblich zu berücksichtigen.

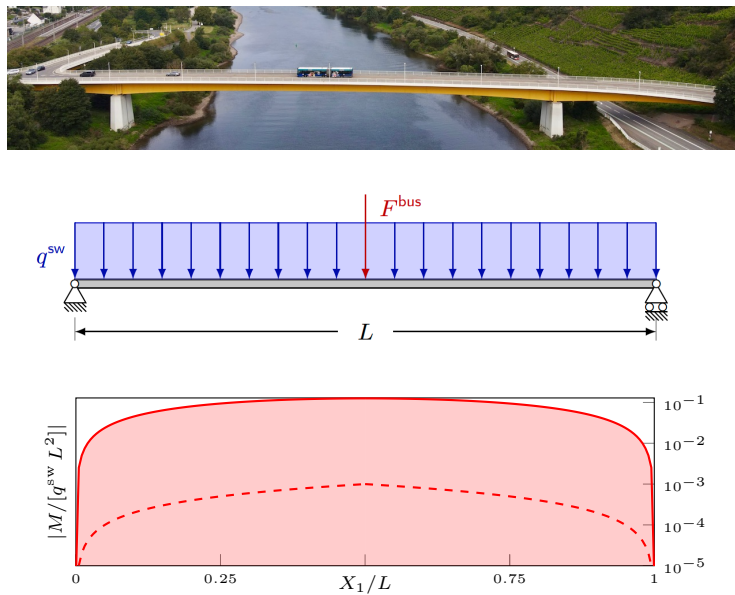
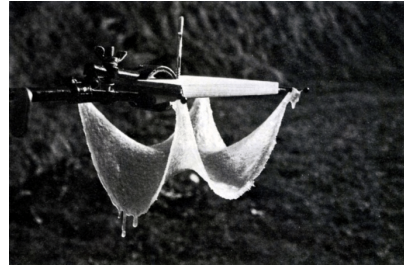


Abbildung 1: Moselgoldbrücke: Durchgezogene Linie: Biegemoment infolge Eigengewicht q^{sw} und Verkehrslast F^{bus} , gestrichelte Linie: Biegemoment infolge Verkehrslast F^{bus}

Die optimale Form bezüglich des Eigengewichts ist bekannt und durch die Kettenlinie gegeben, die mithilfe des Cosinus hyperbolicus beschrieben wird. Diese zeichnet sich durch Lastabtrag ausschließlich über Normalkräfte aus; besonders hervorzuheben ist deren Biegemomentenfreiheit, was einem gewünschten Beanspruchungsprofil entspricht. Während die Glieder einer hängenden Kette infolge ihres Eigengewichts ausschließlich durch Zugkräfte belastet werden, erfährt die Umkehrung der Kettenlinie, welche zur Formfindung von Bogenstrukturen verwendet werden kann, eine reine Druckbeanspruchung. Das Wissen über die mechanischen Eigenschaften von Hängeformen haben sich bereits die Baumeister Antoni Gaudí und Heinz Isler beim Entwurf ihrer einzigartigen Bauwerke zu Nutzen gemacht, siehe Abb. 2. Antoni Gaudí nutzte mit Gewichten versehene Seilmodelle zur Formfindung seiner weltweit bekannten Bauten [9], wie beispielsweise der Sagrada Família. Heinz Isler nutzte die Form hängender Membrane als Ausgangspunkt für den Entwurf einzigartiger Schalentragerwerke, welche sich durch ihre, insbesondere im Verhältnis zu ihrer Spannweite, geringe Dicke sowie exzellente Trageigenschaften auszeichnen [13].



A)



B)

Abbildung 2: A) Hängemodell der Sagrada Família, Antoni Gaudí [5], B) Vierpunktgestütztes Gewebe in Polyester getaucht, Heinz Isler [13]

Die besondere Ästhetik der Werke dieser Baumeister sowie deren außergewöhnliche mechanische Konzeption motivieren den Einsatz der Strukturoptimierung beim Entwurf zukünftiger ressourceneffizienter Bauwerke.

2 Topologieoptimierung mit Eigengewicht

Zur Durchführung einer Topologieoptimierung ist Kenntnis des zu Verfügung stehenden Bauraums, der Lagerbedingungen sowie der Strukturbelastung erforderlich [3]. Als Optimierungsziel ist eine Struktureigenschaft vorgegeben, welche durch Verteilung des zur Verfügung stehenden Baumaterials erreicht wird. Die Entwurfsvariable χ enthält für jedes Element des FE-diskretisierten Bauraums die Information, ob dieses mit Material belegt ist, oder nicht. Die Materialverteilung wird auf Grundlage einer Zielfunktion $f(\chi)$ im Sinne des Optimierungskriteriums bewertet. Im Rahmen der vorliegenden Studie wird die Struktursteifigkeit auf Grundlage einer Minimierung der elastischen Verzerrungsenergie $W(\chi)$

$$\min_{\chi} f(\chi) \quad \text{mit} \quad f(\chi) = \frac{1}{2} W(\chi) = \sum_e^{NE} \mathbf{r}_e(\chi) \cdot \mathbf{u}_e(\chi) \quad (1)$$

optimiert. Hierbei bezeichnet NE die Elementanzahl, \mathbf{r}_e den Elementlastvektor und \mathbf{u}_e den Elementverschiebungsvektor des FE-diskretisierten Systems. Das zur Verfügung stehende Baumaterial darf einen vordefinierten Volumenanteil des Bauraums $\bar{\chi}$ nicht überschreiten

$$g(\chi) = \sum_{e=1}^{NE} \chi_e - NE \bar{\chi} \leq 0. \quad (2)$$

Da das diskretwertige Materialverteilungsproblem nicht effizient gelöst werden kann, wird dieses durch die Einführung kontinuierlicher Materialbelegungsdichten $0 \approx \chi_{\min} \leq \chi_e \leq 1$ relaxiert. Dennoch wird eine eindeutige Materialbelegung jedes Elements angestrebt, sodass mittlere Materialbelegungsdichten durch Senkung ihres Beitrags zur Struktursteifigkeit gegenüber ihres Materialverbrauchs, bestraft werden. Dies wird mithilfe des in [2] vorgestellten SIMP-Ansatz zur Interpolation des Materialverhaltens erreicht. Bei Berücksichtigung des

Eigengewichts ist dieser, aus numerischen Gründen, gemäß [4] für niedrige Elementdichten $\chi_e \leq \chi_c$ zu modifizieren

$$\mathbf{C}_e(\chi_e) = \begin{cases} \chi_e [\chi_c^{p-1} \mathbf{C}^0] & \text{wenn } \chi_{\min} \leq \chi_e \leq \chi_c \quad \text{mit } \chi_c = 0.25 \\ [\chi_e]^p \mathbf{C}^0 & \text{wenn } \chi_e > \chi_c. \end{cases} \quad (3)$$

Dabei bezeichnet \mathbf{C}^0 den Elastizitätstensor des betrachteten Materials und $p > 1$ den Penalty-Faktor zur Bestrafung mittlerer Dichten. Der Gradient der nun kontinuierlichen Zielfunktion ergibt sich somit zu

$$\frac{\partial f}{\partial \chi_e} = 2 \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial \chi_e} \cdot \mathbf{u}_e - \mathbf{u}_e \cdot \frac{\partial \mathbf{k}_e}{\partial \chi_e} \mathbf{u}_e, \quad (4)$$

wobei \mathbf{k}_e die Elementsteifigkeitsmatrix bezeichnet. Im Gegensatz zur ausschließlichen Betrachtung externer Kräfte weist, bei Berücksichtigung des Eigengewichts als innere verteilte Kraft, die Zielfunktion ein nicht-monotones Verhalten bezüglich der Materialverteilung χ auf. Das stark nichtlineare Optimierungsproblem mit einer Nebenbedingung und Variablenrestriktionen wird mithilfe einer für das gegebene Optimierungsproblem entwickelten Optimierungsroutine [11] auf Grundlage der Sequentiellen Quadratischen Programmierung von Schittkowski [14] gelöst.

3 Formfindung mittels Topologieoptimierung

Im Rahmen dieser Studie zur Formfindung gestaltoptimierter Brückenkörper wird ein ebener Bauraum der Abmessungen $5\text{ m} \times 1\text{ m}$ betrachtet, in dem ein ebener Spannungszustand wirkt. Die Optimierung erfolgt, aufgrund des typischerweise symmetrischen Beanspruchungsprofils von Brücken, unter Einsatz von Symmetrierandbedingungen. Vorgegeben ist eine Lagerung des Brückendecks, welche dessen Absinken verhindern soll, sowie die Verankerung einer Stützstruktur unterhalb des Brückendecks. Der gelagerte Bauraum ist in Abb. 3 dargestellt.

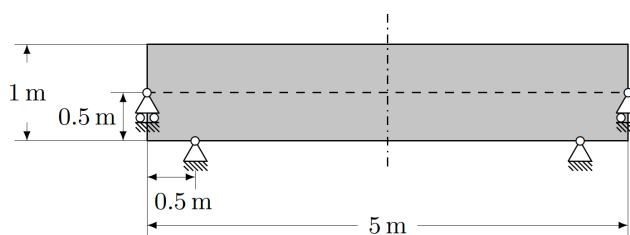


Abbildung 3: Bauraum mit Symmetrielinie und Lagerrandbedingungen, gestrichelte Linie: Position des Angriffs äußerer Kräfte

Die Diskretisierung beinhaltet 250×100 Finite Lagrange Elemente mit quadratischen Ansatzfunktionen, die Strukturanalyse mittels FEM erfolgt unter Annahme kleiner Deformationen. Für das Baumaterial werden die Materialparameter von Stahl eingesetzt. Ein maximaler Volumenanteil von $\bar{\chi} = 30\%$ des Bauraums darf mit Material belegt werden. Die betrachteten

Lastfälle sind in Abb. 4 dargestellt. A) Zunächst erfährt der Bauraum eine reine Gravitationsbelastung. B) Danach wird am Ort des Brückendecks eine konstante Linienkraft q^{sw} als Modell der äußeren Einwirkungen aus dem Brückendeck eingebracht. C) Schließlich wirkt eine zusätzliche Einzelkraft in der Mitte des Brückendecks, welche die Verkehrslast F^{bus} repräsentiert.

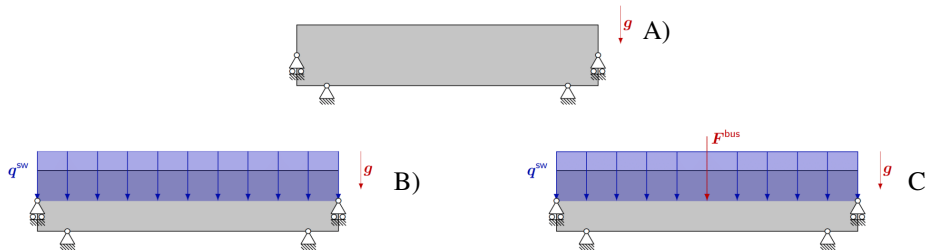


Abbildung 4: Lastfälle A) reines Eigengewicht, B) Gewicht Brückendeck, C) Verkehrslast

Die Ergebnisse der Topologieoptimierung sind in Abb. 5 aufgeführt. Für A) reines Eigengewicht resultiert, wie erwartet, eine Bogenstruktur, deren Gestalt mithilfe einer hyperbolischen Cosinus-Funktion beschrieben werden kann. Die Lagerstellen zum Abstützen des Brückendecks sind mit der Bogenstruktur verbunden.

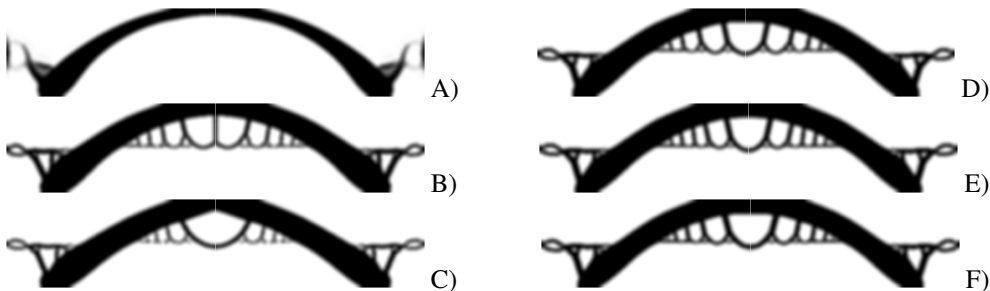


Abbildung 5: Optimierungsergebnisse A) reines Eigengewicht, B) Last infolge Brückendeck mit $q^{sw} L = F^g$, C) Last Brückendeck und Verkehrslast mit $F^{bus} = q^{sw} L = F^g$, Variation Last infolge Brückendeck B) mit D) $q^{sw} L = 2.5 F^g$, E) $q^{sw} L = 5 F^g$, F) $q^{sw} L = 10 F^g$

Die zusätzliche Kraft infolge des Brückendecks B) induziert das Ausbilden von Hängern zwischen Bogen und Brückendeck mit besonders bemerkenswerter Ausformung: Sie weisen ebenfalls eine bogenartige Gestalt auf, was darauf zurückzuführen ist, dass auch deren Eigengewicht in die Optimierung miteinbezogen wird. Das Optimierungsergebnis weist eine starke Übereinstimmung mit real existierenden Bogenbrücken auf. Das Hinzufügen einer Einzelkraft C) bewirkt eine leicht veränderte Ausgestaltung der Hänger. Im Vergleich zu reinem Eigengewicht A) weist die Bogenstruktur bei zusätzlicher Belastung durch äußere Kräfte B) und C) eine gleichmäßigere Dicke auf. Auch ruft das Einbringen einer zusätzlichen Einzelkraft C) eine Verminderung der Krümmung des Bogens hervor. Eine Variation des Lastfalls B) mit unterschiedlichen Linienkräften D), E) und F) verdeutlicht, dass der Betrag der

Linienkraft die sich einstellende Materialverteilung kaum beeinflusst. Zusammenfassend ist die Bedeutung der Berücksichtigung des Eigengewichts in der Optimierung hervorzuheben, da sich dieses selbst bei erheblicher Dominanz äußerer Lasten entscheidend auf die optimale Materialverteilung im Bauraum und somit das Strukturdesign auswirkt.

4 Herstellung topologieoptimierter Strukturen mittels AM

Die Realisierung der meist komplexeren Geometrien topologieoptimierter Bauteile stößt unter Verwendung konventioneller, urformender und subtraktiver Fertigungsverfahren aufgrund der Limitierungen in ihrer Gestaltungsfreiheit schnell an ihre Grenzen. Dies macht die Verwendung komplexer Baugruppen, die aus vielen Einzelementen bestehen, häufig notwendig. Da AM-Prozesse eine höhere Gestaltungsfreiheit erlauben, können komplexe Bauteilgeometrien leichter umgesetzt, und ganze Baugruppen zu einem Bauteil fusioniert werden [16]. In AM

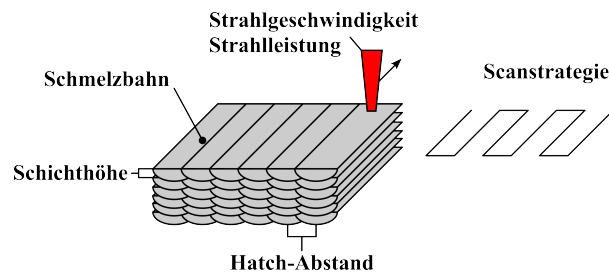


Abbildung 6: Schematische Darstellung gängiger Prozessparameter in PBF Prozessen unter Verwendung der Snakescanningstrategie.

Verfahren werden Objekte Schicht für Schicht durch Verbinden von Material auf Basis von 3D-Modelldaten gefertigt. Nach DIN 8580 [7] gehören AM Prozesse ebenfalls in die Gruppe der urformenden Fertigungsverfahren und können weiter unterteilt werden in Freistrahl-Bindemittelauftrag (BJT), Materialauftrag mit gerichteter Energieeinbringung (DED), Materialextrusion (MEX), Freistrahl-Materialauftrag (MJT) und pulverbettbasiertes Schmelzen (PBF). Das PBF Verfahren kann weiter untergliedert werden auf Basis der verwendeten Energiequelle, d. h. durch Elektronenstrahl (PBF-EB/M) oder Laserstrahl (PBF-LB/M). Die Wahl eines geeigneten AM Verfahrens hängt von einer Vielzahl unterschiedlicher Faktoren wie z.B. des Materialtyps, der technischen Limitationen, der geforderten Materialeigenschaften, der Notwendigkeit spezieller Nachbehandlungsschritte und der geforderten Oberflächengüte ab [8]. Mittels anlagenspezifischer Software, auch Slicer genannt, werden den zu fertigenden 3D-Modellen Prozessparameter und Scanningstrategien zugewiesen, und ihre Bauteilgeometrie in die einzelnen aufzubauenden Schichten abgeleitet. Gängige Prozessparameter, vor allem in PBF Prozessen, sind die Strahlleistung, die Strahlgeschwindigkeit, der Hatch-Abstand, sowie die Schichthöhe, siehe Abb. 6. Alle Parameter in Kombination bestimmen den Energieeintrag in das Bauteilvolumen und beeinflussen in Verbindung mit der gewählten Scanstrategie die Erstarrungsbedingungen und somit resultierende Mikrostruktur, sowie mechanischen Eigenschaften [10]. Je nach gewähltem Fertigungsverfahren müssen bestimmte



Abbildung 7: Fertigung eines Brückenelements mittels DED mit einer Anlage von MX3D [12].

Designregeln eingehalten werden. Insbesondere für PBF Prozesse spielt dabei die Bauteilorientierung und der Einsatz von Stützstrukturen eine bedeutende Rolle. Die Bauteilorientierung beeinflusst den Verzug, die Eigenspannung und die Anzahl notwendiger Stützstrukturen und kann die Prozessdauer erheblich erhöhen. Daher ist eine sorgfältige Abwägung der Bauteilorientierung im Bezug zur Baurichtung wichtig. [6]

Aufgrund der für AM Prozesse hohen Formtoleranz, sowie der Möglichkeit der Fertigung von Überhängen, sind PBF Prozesse gut geeignet, um kleinere Bauteile oder Modelle zu fertigen. Für PBF-EB/M liegt die maximale Bauteilgröße bei ungefähr $300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm} \times 400 \text{ mm}$, und für PBF-LB/M Prozesse bei $820 \text{ mm} \times 820 \text{ mm} \times 1600 \text{ mm}$ [1], sodass sich die Fertigung einer topologieoptimierten Brücke zunächst auf den Modellmaßstab beschränkt. Größere Bauteile, wie Brückenelemente (Abb. 7), können zum Beispiel mit dem DED Verfahren gefertigt werden. Somit wird künftig auch die additive Fertigung optimierter Brückenkonstruktionen in den Bereich des Möglichen rücken.

5 Fazit

Im Rahmen dieser Studie wurde erfolgreich die numerische Topologieoptimierung zur Formfindung von Brücken eingesetzt. Die berechneten Strukturen weisen eine hohe Ähnlichkeit zu bestehenden Bogenbrücken auf. Eine Weiterverbreitung der Konzepte mechanisch optimalen Bauens ist im Sinne des Entwurfs ressourceneffizienter Tragstrukturen anzustreben. Für die Umsetzung der Strukturentwürfe zeigt sich die additive Fertigung als geeignetes Mittel, was durch die hohe Gestaltungsfreiheit dieser Verfahren zu erklären ist. Designs im Modellmaßstab können mittels AM Verfahren im Pulverbett umgesetzt werden, wohingegen zur Fertigung realer Strukturen im Bauwesen ausschließlich DED Verfahren in Frage kommen. Die mechanische Tragfähigkeit der Brückenmodelle ist zu untersuchen. Weiterhin sind in nachfolgenden Untersuchungen zur Umsetzbarkeit gestaltoptimierter Strukturen mittels AM die mechanischen Eigenschaften des Baumaterials in die Optimierung einzubeziehen. So können mittels AM generierte Werkstoffe aufgrund der Richtung des Materialauftrags eine Anisotropie aufweisen, welche in die Optimierung integriert werden kann.

Literatur

- [1] *Sintavia to acquire large-scale M 8K metal Additive Manufacturing machine from AM-CM.* <https://www.metal-am.com/sintavia-to-acquire-large-scale-m-8k-metal-additive-manufacturing-machine-from-amcm/>, Nov. 2023. – Accessed: 15.11.2015
- [2] BENDSØE, M. P.: Optimal shape design as a material distribution problem. In: *Structural optimization 1* (1989), S. 193–202
- [3] BENDSØE, M. P. ; SIGMUND, O. : *Topology optimization: theory, methods, and applications.* Springer Science & Business Media, 2003
- [4] BRUYNEEL, M. ; DUYSINX, P. : Note on topology optimization of continuum structures including self-weight. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 29 (2005), S. 245–256
- [5] DARDEN, S. ; DARDEN, D. : *Adagio Journal - Gaudí: La Sagrada Família Museum.* <https://adagiojournal.wordpress.com/>, 15.11.2011. – Accessed: 25.10.2023
- [6] DELFS, P. u. a.: Optimized build orientation of additive manufactured parts for improved surface quality and build time. In: *Additive Manufacturing* 12 (2016), S. 314–320
- [7] Norm DIN 8580 Dez. 2022. *Fertigungsverfahren - Begriffe, Einteilung*
- [8] GOKULDOSS, P. K. u. a.: Additive manufacturing processes: Selective laser melting, electron beam melting and binder jetting—Selection guidelines. In: *Materials* 10 (2017), Nr. 6, S. 672
- [9] HUERTA FERNÁNDEZ, S. : El cálculo de estructuras en la obra de Gaudí. In: *Ingenieria civil* (2003), Nr. 130, S. 121–133
- [10] LEE, J. u. a.: Microstructural effects on the tensile and fracture behavior of selective laser melted H13 tool steel under varying conditions. In: *Materials Characterization* 155 (2019), S. 109817
- [11] MASARCZYK, D. ; KUHL, D. : Topology optimization considering self-weight. In: *PAMM* (2023), S. e202300258
- [12] PAOLINI, A. u. a.: Additive manufacturing in construction: A review on processes, applications, and digital planning methods. In: *Additive manufacturing* 30 (2019), S. 100894
- [13] RAMM, E. ; SCHUNCK, E. : *Heinz Isler, Schalen: Katalog zur Ausstellung.* 1986
- [14] SCHITTKOWSKI, K. : NLPQL: A Fortran subroutine solving constrained nonlinear programming problems. In: *Annals of operations research* 5 (1986), S. 485–500
- [15] SCHUMACHER, H. : Wie die Rohstoffknappheit deutsche Bauherren trifft. In: *WirtschaftsWoche* (2022)
- [16] YANG, S. u. a.: A new part consolidation method to embrace the design freedom of additive manufacturing. In: *Journal of Manufacturing Processes* 20 (2015), S. 444–449