

# Optimierung der Rissbildung von Stahlbetonbrücken durch Verstärkung mit Faserbeton unter Berücksichtigung von Unschärfen

Stefanie Schoen<sup>1</sup>, Philipp Edler<sup>1</sup>, Vladislav Gudžulić<sup>1</sup>, Steffen Freitag<sup>2</sup>, Günther Meschke<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut für Statik und Dynamik, Ruhr-Universität Bochum, Deutschland <sup>2</sup>Institut für Baustatik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Deutschland

**Zusammenfassung:** Um frühzeitige Rissbildung in Stahlbetonbrücken zu vermeiden, bedarf es innovativer Materialien und Konzepte. In diesem Beitrag werden zwei mögliche Querschnitte - herkömmlich und mit Faserbeton verstärkt - einer vorgespannten Stahlbetonbrücken hinsichtlich Rissbreite und Tragfähigkeit unter Berücksichtigung von Unschärfen miteinander verglichen. Mithilfe von FE-Simulationen und Ersatzmodellen werden diese Aspekte analysiert.

## 1 Einleitung

Stahlbeton- und Spannbetonbrücken sind für eine lange Nutzungsdauer ausgelegt, müssen jedoch oft aufgrund frühzeitiger Korrosion bereits vor Erreichen der erwarteten Lebensdauer in Stand gesetzt werden. Eine Lösung zur Reduzierung der Rissweiten liegt in der Anwendung von alternativen Materialien wie Stahlfaserbeton (engl. steel fiber reinforced concrete - SFRC). SFRC ist eine Zusammensetzung aus herkömmlichen Beton und zufällig verteilten Stahlfasern, die während des Mischprozesses beigefügt werden. Diese Fasern verbessern die Dehnbarkeit des Betons nach dem Auftreten von Rissen. SFRC kann individuell angepasst werden, um spezifischen Anforderungen gerecht zu werden, basierend auf unterschiedlichen Fasergeometrien wie Mikrofasern oder Makrofasern mit variabler Verankerung, unterschiedlichen Faseranteilen und einer breiten Palette von Betonmischungen [6].

Bei der Bemessung von Fertigteilebrücken mit einer Ortbetonsicht aus Stahlfaserbeton ergeben sich Herausforderungen aufgrund des derzeitigen Mangels an Richtlinien für die Konstruktion mit Faserbeton. Aus dem Grund wird in diesem Beitrag für die Bemessung anstelle

von herkömmlichen Sicherheitsfaktoren ein Zuverlässigkeitsdesign-Optimierungsansatz unter Berücksichtigung von aleatorischer und epistemischer Unschärfen angewendet [2]. Aleatorische Unschärfen werden durch eine bekannte Variabilität aufgrund umfangreicher Daten charakterisiert und daher durch stochastische Verteilungen modelliert. Im Gegensatz dazu beziehen sich epistemische Unschärfen auf Wissenslücken, wie beispielsweise die genaue Ausrichtung der Fasern im Beton. Epistemische Unschärfen werden durch Intervalle oder Fuzzy Zahlen modelliert.

Mit Hilfe eines Mehrstufigen-Modells zur Analyse von SFRC Bauteilen, kann der Einfluss verschiedener Fasertypen, -anteile und -orientierungen auf die Tragwerksantwort bewertet werden [13]. Ziel dieses Beitrages ist es, den Einfluss des Mittelwertens und der Standardabweichung auf die erforderliche Menge an Stahlbewehrung zu untersuchen.

## 2 Rissmodellierung von Stahl- und Stahlfaserbeton

Das Rissverhalten von Beton unter Zug wird durch ein diskretes Riss-Finite-Element-Modell [9] berücksichtigt. Dieses Modell zeichnet sich durch kohäsive Interface-Elemente aus, welche zwischen linear-elastischen Finite-Elementen eingefügt werden. Das Bruchverhalten von normalem Beton und faserverstärktem Beton wird durch die Summe von zwei separaten nichtlinearen Traktions-Rissbreitenbeziehungen (engl. traction-separation-law)  $t = t^{\text{Beton}} + t^{\text{Fasern}}$  im Integrationspunkt jedes Interface-Elementes modelliert. Die Traktions - Rissbreitenbeziehung beschreibt den Zusammenhang zwischen den Zugspannungen  $t$  und der effektive Rissöffnung  $w$ .

### 2.1 Materialmodell für Normalbeton und Faserbeton

Unter Berücksichtigung des Verhaltens von Normalbeton und exponentiellen softening ergibt sich als Traktions-Rissbreitenbeziehung:

$$t^{\text{Beton}}(w) = f_{ct} \exp\left(-\frac{w f_{ct}}{G_f}\right), \quad (1)$$

wobei  $f_{ct}$  die Zugfestigkeit und  $G_f$  die Bruchenergie ist.

Sobald Risse im faserverstärkten Beton auftreten, werden diese durch die Fasern klein gehalten. Dies wird über die Traktions-Rissbreitenbeziehung  $t^{\text{Fasern}}(w)$  der Fasern berücksichtigt. Diese Beziehung wird durch die Integration der Auszugskräfte der Fasern  $F(w, \theta, \tilde{x})$ , welche die Risse überbrücken, unter Berücksichtigung der Faserneigung zur Rissfläche  $\theta$  und der Fasereinbettungslänge  $\tilde{x}$  ermittelt.

$$t^{\text{Fasern}}(w) = \frac{c_f}{A_f} \cdot \int_0^{L_f/2} \left[ \int_0^{\arccos(2\tilde{x}/L_f)} F(w, \theta, \tilde{x}) p(\theta) d\theta \right] p(\tilde{x}) d\tilde{x}, \quad (2)$$

In Gl. (2) beschreibt  $c_f$  den Volumenanteil an Fasern,  $A_f$  die Querschnittsfläche und  $L_f$  die Faserlänge. Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Faserorientierung,  $p(\theta)$ , hängt von den Abmessungen des Bauteils und der Gießrichtung ab. In [13] wurde eine Methode zur Berechnung von  $p(\theta)$  basierend auf einem vorgegebenen Faserorientierungsprofil  $\lambda_{cast} = [a, b, c]$  entwickelt, welches durch ein Ellipsoid im globalen Koordinatensystem repräsentiert wird. In einem homogenen Bauteil entspricht  $p(\tilde{x})$  der Hälfte der Faserlänge  $\frac{L_f}{2}$  [12].

## 2.2 Berücksichtigung der Stahlbewehrung

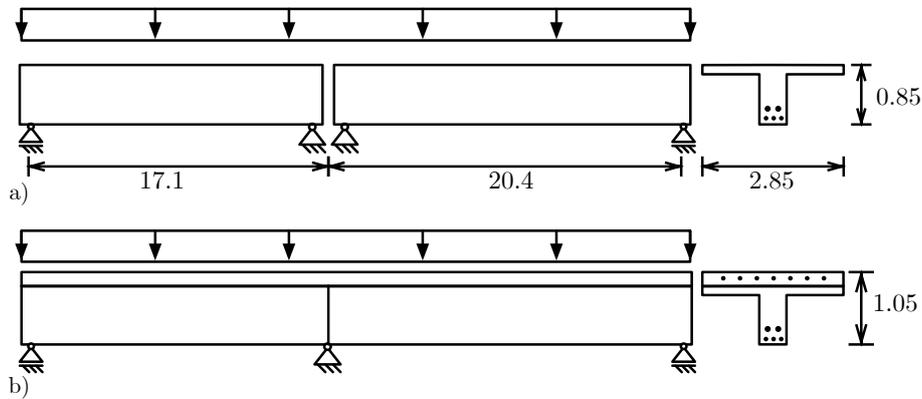
Die Stahlbewehrung im Normal- und Faserbeton wird durch diskrete und geometrisch lineare Fachwerkelemente erfasst. Die Eigenschaften von Stahl werden unter Verwendung eines elasto-plastischen Materialverhaltens mit dem v. Mises-Fließkriterium berücksichtigt und die Wechselwirkung zwischen Stahlbewehrung und Beton wird durch die Spannungs-Schlupf-Beziehung gemäß dem *fib* Model Code 1990 beschrieben.

## 3 Ermittlung der erforderlichen Bewehrung für verschiedene Varianten eines Stahlbetonbrückenquerschnittes

Im Rahmen dieses Beitrages wird eine Spannbetonbrücke mit zwei Feldern mit Spannweiten von 17,10 m und 20,41 m, einer Breite von 8,0 m und einer statischen Gesamthöhe von 1,05 m betrachtet. Der Querschnitt enthält zwei horizontale Komponenten. Die Basis bilden zwei Einfeldträger, die jeweils aus vier T-förmigen Spannbetonfertigteilträgern der Festigkeitsklasse C45/55 mit einer Höhe von 0,85 m bestehen (siehe Abb. 1 a). Der Fertigteilträger wird durch eine 0,20 m dicke Ortbetonschicht der Festigkeitsklasse C35/45 ergänzt (siehe Abb. 1 b).

### 3.1 Beschreibung der verschiedenen Varianten

Im Folgenden wird die erforderliche Bewehrung über der mittleren Stütze für zwei verschiedene Stahlbetonbrückenquerschnitte ermittelt. In Variante A erfolgt die Berechnung der Bewehrung über der Stütze für den in Abb. 1 b dargestellten Querschnitt unter Anwendung einer Optimierung mit Unschärfen (siehe Tab. 1 und Tab. 3). Schließlich wird in Variante B die Ortbetonschicht mit Fasern verstärkt und die Bewehrung über der Stütze ebenfalls durch eine Optimierung mit Unschärfen ermittelt (siehe Tab. 1 und Tab. 3). Stochastische Unschärfen, die in Variante A einfließen, umfassen die Belastung, sowie den Verlust der Vorspannkraft aufgrund von Kriechen, Schwinden und Relaxation. Zur Vereinfachung der Berechnung wird die Belastung aus Eigengewicht und Verkehrslast als konstante Streckenlast  $q$  betrachtet. Da jedoch häufig der Mittelwert, sowie die Varianz der Belastung nicht bekannt oder konstant sind, wird im Rahmen dieses Beitrages die Optimierung für mehrere Mittelwerte im Intervall



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung der Brückenträger a) im ersten Bauzustand und b) im Endzustand

Eigenschaften		C45/55	C35/45	Einheit
Elastizitätsmodul	$E_c$	36.000	34.000	[N/mm <sup>2</sup> ]
Zugfestigkeit	$f_{ct}$	3,8	3,2	[N/mm <sup>2</sup> ]
Druckfestigkeit	$f_{ck}$	45	35	[N/mm <sup>2</sup> ]
Querdehnzahl	$\nu$	0,2	0,2	[-]
Volumenanteil an Fasern	$c_f$	-	60*	[kg/m <sup>2</sup> ]

\* nur für Variante B mit dem Fasertyp Dramix 3D 65/60

**Tabelle 1:** Materialparameter der Betone

$\mu(q) = [60; 100]$  kN/m und Varianzkoeffizienten im Intervall  $\text{cov}(q) = [5; 40]$  % durchgeführt. In Variante B wird zusätzlich die unscharfe Faserorientierung als Intervall berücksichtigt. Die Untersuchung von Variante A und B ermöglicht somit eine fundierte Einschätzung des Einflusses der Faserverstärkung. Wie bereits in Abschnitt 2.1 erläutert, wird die Faserorientierung durch eine sphärische Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $p(\theta)$  (siehe Gl. (2)) berücksichtigt, wobei das Orientierungsprofil  $\lambda_{cast} = \left[ \lambda_f, \frac{1-\lambda_f}{2}, \frac{1-\lambda_f}{2} \right]$  verwendet wird. Im Rahmen dieses Beitrages wird die Halbachse  $\lambda_f$  als Intervall modelliert,  $\lambda_f = [0.30, 0.45]$ . Dieses Intervall basiert auf den experimentellen Ergebnissen von [11].

Die Materialparameter des Stahls sind in allen Varianten gleich und können Tab. 2 entnommen werden. Die Bewehrung in beiden Feldern ist in beiden Varianten identisch und wurde gemäß den Normen mit zwei Spanngliedern aus je neun Litzen ( $A_p = 2 \cdot 13,5 \text{ cm}^2$ ) und einer Mindestbewehrung von  $A_{s,min} = 6 \phi 16$  mm gewählt.

Um den Einfluss von Stahlfasern in der Ortbetonschicht auf die Rissbreite über einer Stütze zu verdeutlichen, zeigt Abb. 2 a) die Rissbreite in Abhängigkeit von der Belastung (deterministisch) für den Fall, dass der Vorspannkraftverlust  $\Delta P = 10, \%$  beträgt und die Bewehrungsmenge  $A_s = 6, \phi 16$  mm umfasst. Es ist zu erkennen, dass insbesondere bei einer günstigen Faserorientierung  $\lambda_f = 0.45$  die Rissbreite mit zunehmender Belastung wesentlich

Eigenschaften		St1570/1770	B500	Dramix 3D 65/60*	Einheit
Elastizitätsmodul	$E_s$	195.000	200.000	210.000	[N/mm <sup>2</sup> ]
Fließspannung	$f_{ys}$	1770	500	1160	[N/mm <sup>2</sup> ]

\* nur für Variante B

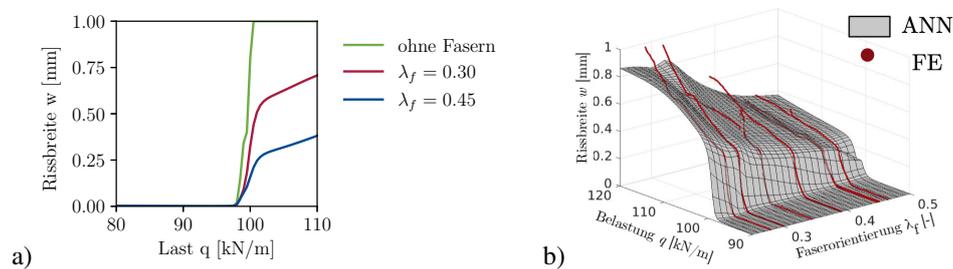
**Tabelle 2:** Materialparameter der Bewehrung

Parameter	Typ und Beschreibung	Literatur
Belastung $q$	Normalverteiler stochastischer a priori Parameter $\mu(q) = [60; 100]$ kN/m, $\text{cov}(q) = [5; 40]$ %	[8]
Vorspanverlust $\Delta P_{c,s,r}$	Normalverteiler stochastischer a priori Parameter $\mu(\Delta P) = 15$ %, $\text{cov}(\Delta P) = 5$ %	[1]
Faserorientierung $\lambda_f$ *	Intervallparameter [0,30; 0,45]	[11]

\* nur für Variante B

**Tabelle 3:** Unscharfe Parameter des Optimierungsproblems

langsamer ansteigt als im Fall von Ortbeton ohne Fasern.



**Abbildung 2:** Veranschaulichung des Einflusses der Stahlfasern auf Rissbreite über der Stütze. Die Rissbreite ist in a) als Funktion der Last für eine konstante Bewehrungsmenge  $A_s = 6 \cdot \emptyset 16$  mm und konstantem Vorspankraftverlust von  $\Delta P = 10$  % und in b) als als Funktion der Last und der Faserorientierung für eine konstante Bewehrungsmenge  $A_s = 2 \cdot 16 \cdot \emptyset 16$  mm und konstantem Vorspankraftverlust von  $\Delta P = 10$  %

### 3.2 Optimierungsprobleme mit polymorph unscharfen Parametern

Durch die Kombination von stochastischen Größen und Intervallparametern wird eine probability box (p-box) als Ergebnis der Tragwerksanalyse erhalten. Bei einer Optimierung besteht beispielsweise die Möglichkeit, die obere Grenze eines statistischen Maßes des Zielwerts, z.B. des Intervall-Mittelwerts der p-box, zu minimieren, um den ungünstigsten Fall

des Intervall-Mittelwerts zu berücksichtigen. Für eine solche Optimierung mit polymorph unscharfen Parametern erfolgt zunächst die deterministische Analyse, danach die stochastische Analyse und anschließend die Intervallanalyse. Als äußere Schleife wird die Optimierung durchgeführt, bei der in diesem Beitrag das Ziel darin besteht, die obere Grenze des Intervall-Mittelwerts der p-box zu minimieren, um robuste Lösungen zu gewährleisten ([3], [5]).

Im Rahmen dieses Beitrages wird die Optimierung für Variante A und Variante B unter Berücksichtigung von den oben genannten und in Tab. 3 zusammengefassten Unschärfen durchgeführt [10]. Ziel ist es, die Stahlbewehrung  $A_s$  über der mittleren Stütze zu minimieren, indem die Versagenswahrscheinlichkeit hinsichtlich des Überschreitens der zulässigen Rissbreite von  $w_{cr} = 0,3$  mm beschränkt wird. Als Zielfunktion und Nebenbedingung entspricht es für die Varianten A

$$\begin{aligned} \min : \quad & Z(A) = A_s \\ \text{s.t.} : \quad & P_f(w_{cr}(A_s, q, \Delta P_{c,s,r}) \leq 0.3) - P_{f,acc} \leq 0, \end{aligned} \quad (3)$$

und für die Varianten B

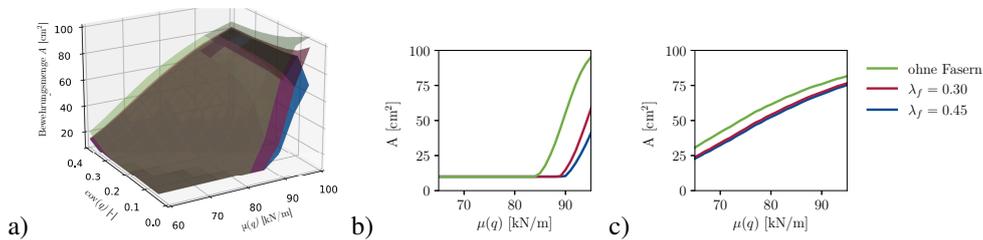
$$\begin{aligned} \min : \quad & Z(A) = A_s \\ \text{s.t.} : \quad & P_f(w_{cr}(A_s, q, \lambda_f, \Delta P_{c,s,r}) \leq 0.3) - P_{f,acc} \leq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

In Gl. (3) und Gl. (4) wird die zulässige Versagenswahrscheinlichkeit durch  $P_{f,acc} = \Phi(-\beta)$  beschrieben, wobei  $\Phi$  die kumulative Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung und  $\beta$  der Zuverlässigkeitsindex ist, welche im Falle der langzeitigen Gebrauchstauglichkeit nach DIN EN 1990 mit  $\beta = 1,5$  angesetzt wird, was zu  $P_{f,acc} = 0,067$  führt. Für die Optimierung wird die Partikelschwarmoptimierung (PSO) [7] mit einer Erweiterung zur Berücksichtigung aleatorischer und epistemischer Unschärfen angewendet [3].

Für eine aussagekräftiges Ergebnis in einer Zuverlässigkeitsanalyse würde selbst unter Verwendung paralleler FE-Simulationen dies mehrere Monate in Anspruch nehmen. Aus diesem Grund wurden zwei Ersatzmodelle auf Basis von jeweils 150 FE-Simulationen mithilfe eines künstlichen neuronalen Netzes (artificial neural network - ANN) entwickelt [4].

Das erste Ersatzmodell repräsentiert die Variante A (ohne Fasern) und verfügt über die Eingangsparameter Belastung, Vorspannkraftverlust und Bewehrungsmenge, sowie die Rissbreite als Ausgangsparameter. Das zweite Ersatzmodell beschreibt die Variante B (mit Fasern) und enthält zusätzlich die Faserorientierung als Eingangsparameter. In Abb. 2b) wird die Rissbreite in Abhängigkeit von der Faserorientierung und der Belastung präsentiert. Die durch das ANN ermittelte Rissbreite ist in Grau dargestellt, während die für das Training verwendeten FE-Simulationen in Rot gekennzeichnet sind. Es ist erkennbar, dass das ANN die FE-Simulationen gut approximiert. Des Weiteren wird deutlich, dass die Faserorientierung einen signifikanten Einfluss auf die Rissbreite hat.

Die Ersatzmodelle werden in jedem Optimierungsschritt verwendet, um die Zielfunktionen in Gl. (3) bzw. Gl. (4) zu bewerten. Dies ermöglicht die Berechnung der oberen Intervallgrenze des Intervallmittelwerts der Bewehrungsmenge im Rahmen von Intervallanalysen und Monte-Carlo-Simulationen.



**Abbildung 3:** Optimierungsergebnisse für die Bewehrungsmenge als Funktion des Mittelwertes der Last und a) des Varianzkoeffizienten der Last, b) für einen konstanten Varianzkoeffizienten der Last von  $cov = 5\%$  und c)  $cov = 40\%$ .

### 3.3 Optimierungsergebnisse

Die Ergebnisse der Optimierung sind in Abb. 3 dargestellt. In Abb. 3 a) wird die optimale Bewehrungsmenge für die Variante A (ohne Fasern - grün) und die Variante B (mit Fasern) in Abhängigkeit vom Mittelwert der Last und dem Varianzkoeffizienten der Last präsentiert. Bei Variante B sind die obere ( $\lambda_f = 0.3$  rot) und untere ( $\lambda_f = 0.45$  blau) Intervallgrenzen für die Faserorientierung ebenfalls berücksichtigt. Abb. 3 b) und c) zeigen die optimale Bewehrungsmenge in Bezug auf den Mittelwert der Last für einen Varianzkoeffizienten der Last von 5% (a) und 40% (b).

Die Analyse sämtlicher Abbildungen zeigt, wie erwartet, dass bei zunehmendem Varianzkoeffizienten der Last die optimale Bewehrungsmenge ansteigt. Dieses Verhalten ist vergleichbar zur Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten nach der Norm. Denn eine größere Unschärfe erfordert höhere Teilsicherheitsbeiwerte, was letztendlich zu einer höheren Bewehrung führt.

Zudem fällt auf, dass mit zunehmendem Varianzkoeffizienten alle drei Kurven abflachen und sich einander annähern. Dies deutet darauf hin, dass bei steigendem Varianzkoeffizienten der Last der Einfluss der Stahlfasern und ihrer Orientierung auf das Optimierungsergebnis abnimmt.

Neben der Berücksichtigung der Belastung ist es von entscheidender Bedeutung, auch die Widerstände des Bauwerks als unscharfe Parameter zu berücksichtigen. Daher ist es notwendig, in einem nächsten Schritt auch die Materialeigenschaften als unscharfe Parameter in die Optimierung einzubeziehen. Dies ermöglicht schließlich einen Vergleich zwischen der Bewehrungsmenge, welche aus den Normen mit Teilsicherheitsbeiwerten und derer, welche aus der Optimierung unter Verwendung polymorpher Unschärfe erhalten wird.

### Danksagung

Die Autoren bedanken sich für die finanzielle Unterstützung durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft im Rahmen des TP 6 (Projektnr. 312921814) des Schwerpunktprogramms SPP 1886 „Polymorphe Unschärfemodellierungen für den numerischen Entwurf von Strukturen.“

## Literatur

- [1] BAZANT, Z. P. ; PANULA, L. : Creep and Shrinkage Characterisation for Analyzing Prestressed Concrete Structures. In: *PCI Journal* 3 (1980), S. 86–122
- [2] EDLER, P. ; FREITAG, S. ; KREMER, K. ; HOFMANN, M. ; MESCHKE, G. : Optimization of reinforced concrete structures under consideration of scale bridging uncertainties. In: *Proceedings of the 3rd ECCOMAS Thematic Conference on Uncertainty Quantification in Computational Sciences and Engineering (UNCECOMP 2019)*. Crete, 2019
- [3] EDLER, P. ; FREITAG, S. ; KREMER, K. ; MESCHKE, G. : Optimization Approaches for the Numerical Design of Structures under Consideration of Polymorphic Uncertain Data. In: *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems Part B: Mechanical Engineering* 5 (2019), Nr. 4, S. 041013 (12 pages)
- [4] FREITAG, S. ; EDLER, P. ; KREMER, K. ; MESCHKE, G. : Multilevel surrogate modeling approach for optimization problems with polymorphic uncertain parameters. In: *International Journal of Approximate Reasoning* 119 (2020), S. 81–91
- [5] GÖTZ, M. ; GRAF, W. ; KALISKE, M. : Structural design with polymorphic uncertainty models. In: *International Journal of Reliability and Safety* 9 (2015), S. 112–131
- [6] HOLSCHMACHER, K. ; DEHN, F. ; MÜLLER, T. ; LOBISCH, F. : Grundlagen des Faserbetons. In: *Beton Kalender 2017*, S. 381–472
- [7] KENNEDY, J. ; EBERHART, R. C.: Particle swarm optimization. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*. Piscataway, NJ, USA : IEEE Press, November-December 1995, S. 1942 – 1948
- [8] NOWAK, A. S.: Live load model for highway bridges. In: *Structural Safety* 13 (1993), Nr. 1, S. 53–66
- [9] ORTIZ, M. ; PANDOLFI, A. : Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 44 (1999), Nr. 9, S. 1267–1282
- [10] SCHOEN, S. ; EDLER, P. ; MESCHKE, G. ; FREITAG, S. : Durability analysis and optimization of a prestressed concrete bridge strengthened by a fiber reinforced concrete layer. In: *Life-Cycle of Structures and Infrastructure Systems - Proceedings of Eighth International Symposium*, 2023
- [11] TIBERTI, G. ; GERMANO, F. ; MUDADU, A. ; PLIZZARI, G. : An overview of the flexural post-cracking behavior of steel fiber reinforced concrete. In: *Structural Concrete* 19 (2018), S. 695–718
- [12] WANG, Y. ; BACKER, S. ; LI, V. : A statistical tensile model of fibre reinforced cementitious composites. In: *Composites* 20 (1989), Nr. 3, S. 265–274
- [13] ZHAN, Y. ; MESCHKE, G. : Multilevel computational model for failure analysis of steel-fiber - reinforced concrete structures. In: *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)* 142 (2016), Nr. 11, S. 04016090(1–14)